KLT / **«ЛОГИКА КУРПИШЕВА 2»**
Доктрина под центральную ось PIX@PEAKS

Мастер-скелетон, единый пакет патчей и расширенное формальное ядро

Редакторский свод проекта

KLT2-PIX-PEAKS-PREDICTIVE-SYNC-RU-v34
Синхронизация с MASTER-5 v3.6

Оглавление

Редакторская фиксация статусов

Настоящая сборка предназначена как единый `main.tex` Доктрины KLT / **«ЛОГИКА КУРПИШЕВА 2»** после перешивки под центральную ось PIX@PEAKS. Файл задаёт полную многотомную архитектуру в одном компилируемом корпусе через систему `\input`.

Статусы фиксируются так:

- **FROZEN** — уже может быть перенесено в корпус без изменения логики;
- **PROGRAM** — должно быть собрано и доказано в текущем проекте;
- **OPEN** — тяжёлая цель следующего уровня.

Часть I

Центральная ось Доктрины

Глава 1

Новая центральная ось Доктрины

1.1. Старая и новая сборочные линии

Старая доминирующая линия проекта:

$$C@C \to \text{Rep} \to \lambda\text{-check} \to CGI \to \text{rebuild/prediction}.$$

Новая центральная линия:

$$\text{PIX@PEAKS} \to \text{truth} \to \text{causality} \to \text{geometry} \to \text{physics} \to \text{anthropology} \to \text{RBD/KLT}.$$

1.2. Главный принцип новой редакции

Все допустимые структуры Доктрины считаются содержательно согласованными тогда и только тогда, когда они допускают **PIX@PEAKS-сборку**, совместимую с квадратичным препятствием, проективным критерием истины, стратифицированной направленностью и admissible contraction-динамикой.

1.3. Роли основных объектов

- **Peak** — локальный узел совпадения, экстремума, стягивания или причинной фиксации;
- **PIX-поле** — механизм сшивки, переноса и согласования пиков между слоями;
- **Ассоциатор** — кандидат на геометрическую меру расщепления пиков;
- **Квадратичное препятствие** — глобальный критерий допустимости;
- **Reper/RBD/KLT** — вычислимый производный слой новой Доктрины.

Часть II

Том I. PIX@PEAKS axiomatic core

Глава 2

PIX@PEAKS axiomatic core

2.1. Структура тома

1. Пакетная конфигурация.
2. Страты, линии и допустимые треки.
3. Peak-структура.
4. PIX-поле.
5. Аксиномы PIX@PEAKS-совместимости.
6. Минимальная непротиворечивость.

2.2. Редакторский патч для начала тома

> В настоящей редакции базовое аксиоматическое ядро Доктрины организуется вокруг центральной оси PIX@PEAKS. Под *Peak*-структурой понимается допустимое семейство локальных узлов на стратифицированных треках пакетного пространства. Под *PIX-полем* понимается механизм согласованной сшивки и переноса peak-данных между совместимыми слоями. Все дальнейшие уровни — truth, causality, geometry, physics, anthropology и derived computable layers — рассматриваются как надстройки над этим ядром.

2.3. Синхронизационная схема томов I–III

Роль Тома I в общей линии. Том I фиксирует не отдельные частные объекты, а общий admissible domain всей последующей Доктрины. Именно здесь задаются:

- пространство admissible пакетных конфигураций;
- strata, tracks и peak-data;

- PIX-coherence;
- obstruction-compatibility;
- truth-compatibility;
- time-orientation в аксиоматической форме.

Поэтому и Том II, и Том III должны читаться как работа не на новых несвязанных пространствах, а на том же самом admissible domain, зафиксированном здесь.

Определение 2.1 (Common admissible domain)**.** *Под* common admissible domain *будем понимать класс всех admissible конфигураций, удовлетворяющих аксиомам (P1)–(P6). Этот класс служит общей базой для:*

1. *truth-layer Тома II;*
2. *associator geometry Тома III;*
3. *subsequent contraction-dynamics Тома V.*

Предложение 2.1 (Axiomatic compatibility of later layers)**.** *Если конфигурация принадлежит common admissible domain, то:*

1. *по аксиоме truth-compatibility она допускает truth-theoretic интерпретацию через admissible peak-data;*
2. *по аксиомам peak-admissibility и PIX-coherence она допускает associator-theoretic интерпретацию на том же admissible объекте;*
3. *по аксиоме time-orientation она допускает дальнейшее включение в contraction-based динамический слой.*

Доказательство. Пункт (1) есть прямое развёртывание аксиомы (P5). Пункт (2) следует из того, что admissible peak-конфигурация и admissible PIX-сшивка уже определены на том же объекте и сохраняются под admissible morphisms. Пункт (3) есть развёртывание аксиомы (P6), которая открывает путь к внутреннему временному порядку и к contraction-flow. □

Пояснение. Эта proposition не вводит новую математику, а фиксирует дисциплину корпуса: Том II и Том III не должны восприниматься как независимые пристройки. Они являются двумя различными чтениями одного и того же admissible domain, заданного здесь.

2.4. Quotient admissible structure

Определение 2.2 (Admissible quotient domain)**.** *Пусть G — группа admissible symmetries, acting on the common admissible domain.* Admissible quotient domain *определяется как фактор*

$$\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G,$$

где $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}$ denotes the common admissible domain of Volume I.

Определение 2.3 (Reduced peak datum)**.** *Для admissible configuration* $C \in \mathcal{C}^{\mathrm{adm}}$ *её* reduced peak datum *есть orbit-class*

$$[\mathrm{Peak}(C)] \in /G$$

under the action of admissible symmetries.

Предложение 2.2 (Descent of admissible structure to the quotient)**.** *If admissible symmetries preserve strata, admissible tracks, peak-data, PIX-coherence and obstruction-compatibility, then the admissible axiomatic structure descends from* $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}$ *to the quotient* $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G$*.*

Доказательство. By assumption every admissible symmetry maps an admissible configuration to another admissible configuration and preserves each structural component appearing in axioms (P1)–(P6): strata, admissible tracks, peak-data, PIX-coherence, obstruction-compatibility and truth-compatibility. Hence these data are constant on admissible orbit-classes and therefore descend to the quotient. □

Теорема 2.1 (Quotient admissible domain theorem)**.** *The common admissible domain* $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}$ *and its quotient* $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G$ *form a compatible pair in the following sense:*

1. *admissible configurations are represented on* $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}$*;*
2. *intrinsic structural data descend to* $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G$*;*
3. *later layers of the doctrine — truth, associator geometry and finite-energy dynamics — may be read either on representatives or intrinsically on quotient-classes.*

Доказательство. The first point is tautological. The second point follows from the previous proposition. The third point is a structural consequence: once admissible data descend to orbit-classes, any later construction built only from admissible invariant data can be interpreted both on representatives and on the quotient. □

Пояснение. Этот блок делает фундамент Тома I более жёстким. Теперь admissible universe дан не только как пространство представителей, но и как intrinsically meaningful quotient-domain. Именно эта quotient-форма потом используется Томом II для descended truth-layer и Томом III для zero-selection modulo symmetries.

2.5. Admissible control and barrier structures

Определение 2.4 (Admissible control functional)**.** *Пусть* $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}$ *— common admissible domain.* Admissible control functional *есть отображение*

$$\mathfrak{B} : \mathcal{C}^{\mathrm{adm}} \to \mathbb{R}_{\geq 0},$$

which is invariant under admissible symmetries and depends only on admissible structural data.

Определение 2.5 (Quotient barrier datum)**.** *Если admissible control functional* $\mathfrak{B}$ *invariant under admissible symmetries, then its induced function on the quotient*

$$\overline{\mathfrak{B}} : \mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G \to \mathbb{R}_{\geq 0}$$

is called a quotient barrier datum.

Предложение 2.3 (Barrier descent to the admissible quotient)**.** *Every admissible control functional descends canonically to a quotient barrier datum on* $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G$*.*

Доказательство. By admissible symmetry invariance, $\mathfrak{B}$ is constant on admissible orbit-classes. Hence it factors through the quotient by the universal property of orbit spaces. □

Теорема 2.2 (Control-compatible quotient structure)**.** *The admissible quotient domain* $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G$ *carries not only descended peak, truth and obstruction data, but also any invariant barrier/control data built from the admissible structure. Consequently, later no-escape or entry mechanisms may be formulated intrinsically on the quotient.*

Доказательство. Peak, truth and obstruction descent were established previously. The same argument applies to admissible control functionals by the previous proposition. Therefore all such invariant control data may be read intrinsically on the quotient. □

Пояснение. Этот слой усиливает Том I ещё глубже: quotient-domain теперь несёт не только статическую admissible structure, но и потенциальные control/barrier mechanisms. Это важно для Тома III, где последние remaining entry-bridges теперь можно формулировать already on the intrinsic quotient level.

2.6. Barrier generator structures

Определение 2.6 (Admissible barrier generator)**.** *An* admissible barrier generator *is an invariant functional*

$$\mathfrak{G} : \mathcal{C}^{\mathrm{adm}} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$$

constructed functorially from admissible data of Volume I and intended to participate in a barrier/control combination on quotient sectors.

Определение 2.7 (Window-indexed generator family)**.** *A* window-indexed generator family *is a collection*

$$\{\mathfrak{G}_{E^*}\}_{E^* > E_*}$$

of admissible barrier generators, indexed by finite energy windows.

Предложение 2.4 (Descent of barrier generators)**.** *Every window-indexed admissible barrier generator family descends canonically to a quotient family*

$$\{\overline{\mathfrak{G}}_{E^*}\}_{E^*>E_*}$$

on the admissible quotient domain $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G$.

Доказательство. Each $\mathfrak{G}_{E^*}$ is invariant under admissible symmetries by definition, hence constant on orbit-classes and therefore factors through the quotient. □

Теорема 2.3 (Axiomatic availability of quotient barrier generators)**.** *Within the admissible architecture of Volume I, every invariant control mechanism built from admissible data admits a quotient-level realization. Consequently, later barrier families in Volume III may be sought not on representatives, but directly as quotient barrier generators.*

Доказательство. This is an immediate consequence of the descent proposition for each member of the generator family. □

Пояснение. Этот блок делает шаг ещё глубже: теперь в Томе I формализован не только спуск готовых барьеров, но и спуск *генераторов барьеров*. Это означает, что последняя оставшаяся проблема Тома III может быть поставлена уже в аксиоматически контролируемой форме: не "существует ли барьер", а "какой admissible generator produces it on the quotient".

2.7. Barrier synthesis structures

Определение 2.8 (Admissible synthesis operator)**.** *An* admissible synthesis operator *is a rule*

$$\mathfrak{S} : \big(\mathcal{A}, \mathfrak{G}_{E^*}\big) \longmapsto \mathfrak{B}^{\mathrm{syn}}_{E^*}$$

which assigns to the energy functional and to a window-indexed admissible barrier generator a synthesized control functional on the admissible domain.

Определение 2.9 (Quotient-compatible synthesis)**.** *A synthesis operator $\mathfrak{S}$ is called* quotient-compatible *if for every admissible symmetry $g \in G$ and every admissible configuration C,*

$$\mathfrak{B}^{\mathrm{syn}}_{E^*}(g \cdot C) = \mathfrak{B}^{\mathrm{syn}}_{E^*}(C).$$

Equivalently, synthesized barriers descend canonically to the quotient.

Предложение 2.5 (Synthesis descent principle)**.** *Every quotient-compatible synthesis operator produces a quotient synthesized family*

$$\{\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{syn}}_{E^*}\}_{E^*>E_*}$$

on $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G$.

Доказательство. By quotient-compatibility the synthesized functional is invariant under admissible symmetries, hence factors through the quotient for each finite window. □

Теорема 2.4 (Axiomatic availability of barrier synthesis)**.** *Within the admissible architecture of Volume I, the passage*

$$\textit{generator family} \Longrightarrow \textit{synthesized quotient barrier family}$$

is mathematically meaningful whenever a quotient-compatible synthesis operator is specified. Therefore later global selection mechanisms may be sought at the level of synthesized quotient barriers rather than unsynthesized ad hoc controls.

Доказательство. Generators descend by the previous layer. Synthesized barriers descend by the synthesis descent principle. Hence the entire synthesis scheme lives intrinsically on the quotient admissible domain. □

Пояснение. Это ещё один шаг в глубину. Теперь Том I формализует не только generators, но и *synthesis*: теория допускает постановку вопроса уже не “какой барьер взять”, а “каким admissible operator’ом синтезировать барьер из энергии и generator family”.

2.8. Canonical generator ingredients

Определение 2.10 (Peak dispersion measure)**.** *Let* $C \in \mathcal{C}^{\mathrm{adm}}$*. A* peak dispersion measure *is an invariant functional*

$$\mathfrak{D}_{\mathrm{pk}}(C) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$$

constructed from admissible peak-data and intended to measure how far the current peak configuration is from an internally synchronized peak-regime.

Определение 2.11 (Truth tension measure)**.** *A* truth tension measure *is an invariant functional*

$$\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$$

measuring the residual mismatch between admissible peak-data and its descended truth-compatible organization.

Определение 2.12 (Obstruction slack measure)**.** *An* obstruction slack measure *is an invariant functional*

$$\mathfrak{D}_{\mathcal{O}_B}(C) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$$

measuring the residual obstruction-compatible slack of the configuration.

Определение 2.13 (Canonical generator prototype)**.** *A* canonical generator prototype *is any invariant linear combination*

$$\mathfrak{G}^{\mathrm{can}}_{E^*}(C) := \alpha(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathrm{pk}}(C) + \beta(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C) + \gamma(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathcal{O}_B}(C),$$

with nonnegative coefficients

$$\alpha(E^*), \beta(E^*), \gamma(E^*) \geq 0,$$

not all zero.

Предложение 2.6 (Canonical generators are admissible barrier generators)**.** *Every canonical generator prototype is an admissible barrier generator in the sense of the previous section.*

Доказательство. Each ingredient $\mathfrak{D}_{\mathrm{pk}}, \mathfrak{D}_{\mathcal{T}}, \mathfrak{D}_{\mathcal{O}_B}$ is assumed to be invariant under admissible symmetries and built functorially from admissible data. Any nonnegative linear combination of such ingredients retains these properties. Hence $\mathfrak{G}^{\mathrm{can}}_{E^*}$ is an admissible barrier generator. □

Теорема 2.5 (Canonical generator availability theorem)**.** *If the admissible architecture of Volume I carries invariant peak-dispersion, truth-tension and obstruction-slack measures, then for every finite energy window there exists a canonical generator prototype on the admissible quotient domain.*

Доказательство. By the previous proposition each prototype is an admissible barrier generator. By descent of barrier generators, it induces a quotient barrier generator on $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G$. □

Пояснение. Этот блок ещё сильнее структурирует Том I. Теперь последняя проблема формулируется не только как поиск abstract generator family, but as selection of canonical coefficients in a prototype assembled from three natural ingredients: peak dispersion, truth tension and obstruction slack.

2.9. Coupled control vector and spectral control profiles

Определение 2.14 (Canonical control vector)**.** *The* canonical control vector *on the admissible domain is*

$$\mathbf{D}(C) := \begin{pmatrix} \mathfrak{D}_{\mathrm{pk}}(C) \\ \mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C) \\ \mathfrak{D}_{\mathcal{O}_B}(C) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3_{\geq 0}.$$

Определение 2.15 (Admissible coupling matrix family)**.** *A* window-indexed admissible coupling matrix family *is a family of real* 3×3 *matrices*

$$M(E^*), \qquad E^* > E_*,$$

interpreted as coupling profiles governing differential control of the canonical control vector on finite energy windows.

Определение 2.16 (Positive left spectral data)**.** *We say that* $M(E^*)$ *admits* positive left spectral data *if there exist*

$$w(E^*) \in \mathbb{R}^3_{>0}, \qquad \lambda(E^*) > 0,$$

such that

$$M(E^*)^\top w(E^*) \geq \lambda(E^*)\, w(E^*)$$

componentwise.

Предложение 2.7 (Quotient descent of the control vector)**.** *Since each component of* $\mathbf{D}(C)$ *is invariant under admissible symmetries, the canonical control vector descends to a quotient-valued control vector on* $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G$*.*

Доказательство. Each component is already assumed invariant under admissible symmetries. Therefore each factors through the quotient, and hence so does the whole vector. □

Теорема 2.6 (Spectral control profile availability theorem)**.** *If an admissible coupling matrix family* $M(E^*)$ *with positive left spectral data is specified, then the quotient admissible domain carries a canonical spectral control profile*

$$\big(\overline{\mathbf{D}},\, M(E^*),\, w(E^*),\, \lambda(E^*)\big)$$

on every finite energy window.

Доказательство. The quotient control vector exists by the previous proposition. The remaining objects $M(E^*), w(E^*), \lambda(E^*)$ are numerical window data. Therefore the whole spectral control profile is well defined on the quotient admissible domain. □

Пояснение. Этот слой делает шаг к реальной доказательной генерации барьеров. Теперь вместо неопределённого "подбора коэффициентов" theory can ask for positive left spectral data of a coupling matrix controlling the canonical vector **D**. Именно из этого позже будет извлечён канонический синтез барьера.

2.10. Admissible reper structures and λ-truth seeds

Определение 2.17 (Admissible reper datum)**.** *An* admissible reper datum *is an invariant assignment*

$$\mathfrak{R}(C) \in \mathcal{R}$$

from the common admissible domain to a fixed reper space $\mathcal{R}$*, constructed functorially from admissible peak, truth and obstruction data.*

Определение 2.18 (λ-truth seed)**.** *A* λ-truth seed *is an invariant functional*

$$\Lambda_0 : \mathcal{C}^{\mathrm{adm}} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$$

intended to measure the preliminary truth-intensity of an admissible configuration before asymptotic selection.

Определение 2.19 (Predictive admissible seed)**.** *The pair*

$$\big(\mathfrak{R}(C), \Lambda_0(C)\big)$$

is called the predictive admissible seed *of the configuration* C*.*

Предложение 2.8 (Descent of reper and λ-truth seeds)**.** *If the admissible reper datum and the λ-truth seed are invariant under admissible symmetries, then both descend canonically to the quotient admissible domain:*

$$\overline{\mathfrak{R}} : \mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G \to \mathcal{R}, \qquad \overline{\Lambda}_0 : \mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G \to \mathbb{R}_{\geq 0}.$$

Доказательство. Both maps are constant on admissible orbit-classes by invariance, hence factor through the quotient. □

Теорема 2.7 (Axiomatic availability of predictive seed data)**.** *Within the admissible architecture of Volume I, reper data and λ-truth seed data may be incorporated into the quotient admissible structure. Therefore the predictive layer of the doctrine can be posed intrinsically already at the axiomatic level.*

Доказательство. Peak, truth, obstruction and control data already descend to the quotient. By the previous proposition the same is true for reper data and λ-truth seeds. Hence the predictive seed data are available on the quotient admissible domain. □

Пояснение. Этот блок вводит целевой язык проекта: admissible universe now carries not only structural and control data, but also the primitive objects of the future predictive method — repers and λ-truth seeds. Тем самым цель KLT 2 начинает входить в математику не как внешняя мотивация, а как внутренний слой структуры.

2.11. Predictive defect vector and reper–λ structural dissipation

Определение 2.20 (Reper transition defect)**.** *A* reper transition defect *is an invariant functional*

$$\mathfrak{D}_{\mathcal{R}}(C) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$$

measuring the residual incompatibility between the current admissible reper datum and its asymptotically rigid zero-reper organization.

Определение 2.21 (λ-consistency defect)**.** *A* λ-consistency defect *is an invariant functional*

$$\mathfrak{D}_{\Lambda}(C) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$$

measuring the residual mismatch between the current λ-truth seed and its asymptotic rigid zero-sector value.

Определение 2.22 (Predictive defect vector)**.** *The* predictive defect vector *is the quotient-compatible vector*

$$\mathbf{P}(C) := \begin{pmatrix} \mathfrak{D}_{\mathcal{R}}(C) \\ \mathfrak{D}_{\Lambda}(C) \\ \mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3_{\geq 0}.$$

Определение 2.23 (Structural dissipativity profile)**.** *A* window-indexed structural dissipativity profile *is a family of matrices*

$$A(E^*), \qquad E^* > E_*,$$

intended to govern differential decay of the predictive defect vector on finite energy windows.

Предложение 2.9 (Quotient descent of the predictive defect vector)**.** *If* $\mathfrak{D}_{\mathcal{R}}, \mathfrak{D}_{\Lambda}, \mathfrak{D}_{\mathcal{T}}$ *are invariant under admissible symmetries, then the predictive defect vector descends canonically to the admissible quotient domain.*

Доказательство. Each component is constant on admissible orbit-classes. Hence the vector-valued map factors through the quotient. □

Теорема 2.8 (Axiomatic availability of predictive dissipative data)**.** *Within the admissible architecture of Volume I, the quotient admissible domain carries not only predictive seed data but also predictive defect data*

$$(\overline{\mathbf{P}}, A(E^*)).$$

Consequently, later predictive selection may be reduced to a structural dissipativity problem for the reper–λ *defect channels.*

Доказательство. The quotient predictive defect vector exists by the previous proposition. The matrices $A(E^*)$ are window data. Therefore the pair $(\overline{\mathbf{P}}, A(E^*))$ is available on the quotient admissible domain. □

Пояснение. Этот слой делает ещё один шаг к целевой математике KLT 2. Теперь predictive method can be formulated through a defect vector whose channels correspond to repers, λ-truth and truth-stability itself. Следующий шаг состоит в том, чтобы заставить этот вектор удовлетворять структурной диссипативности.

2.12. Internal geometry of admissible repers

Определение 2.24 (Reper metric package)**.** *An* admissible reper metric package *consists of:*

1. *a quotient-compatible reper space* $\mathcal{R}$*,*
2. *for each admissible configuration* C*, a positive semidefinite quadratic form*

   $$g_{\mathcal{R},C}$$

   on the local tangent model of reper variations,
3. *an invariant notion of reper transport along admissible trajectories.*

Определение 2.25 (Reper transport dissipation form)**.** *A* reper transport dissipation form *is an invariant quadratic functional*

$$\mathcal{Q}_{\mathcal{R}}(C) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$$

measuring the local dissipative cost of transporting the reper datum toward its rigid zero-sector representative.

Определение 2.26 (λ-reper coupling tensor)**.** *A* λ-reper coupling tensor *is an invariant bilinear coupling rule*

$$\mathcal{K}_{\Lambda\mathcal{R}}(C)$$

encoding how deviations in the λ-truth channel and in the reper channel influence one another.

Определение 2.27 (Reper-geometric control package)**.** *The tuple*

$$\left(\mathfrak{D}_{\mathcal{R}}, \mathfrak{D}_{\Lambda}, \mathfrak{D}_{\mathcal{T}}, g_{\mathcal{R}}, \mathcal{Q}_{\mathcal{R}}, \mathcal{K}_{\Lambda\mathcal{R}}\right)$$

is called a reper-geometric control package *if all its components are invariant under admissible symmetries and descend to the quotient admissible domain.*

Предложение 2.10 (Quotient descent of reper-geometric control packages)**.** *Every reper-geometric control package descends canonically to the quotient admissible domain $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G$.*

Доказательство. Each component is assumed invariant under admissible symmetries. Therefore each factors through the quotient, and hence so does the whole package. □

Теорема 2.9 (Axiomatic availability of reper geometry)**.** *If the admissible architecture of Volume I carries a reper-geometric control package, then later predictive dissipation theory may be posed intrinsically on the quotient sector in terms of reper transport dissipation and λ-reper coupling.*

Доказательство. By the previous proposition the whole reper-geometric control package descends to the quotient admissible domain. Hence all later arguments using these data can be formulated intrinsically on quotient classes. □

Пояснение. Этот блок делает следующий шаг к пределу. Теперь реперы встраиваются не только как статические данные, но как носители собственной внутренней геометрии и диссипативности. Именно из этой структуры затем можно пытаться вывести predictive differential control instead of postulating it.

2.13. Dominance-ready reper coefficient packages

Определение 2.28 (Window coefficient package)**.** *For a finite energy window* $[E_*, E^*]$*, a* window coefficient package *is a collection of nonnegative coefficients*

$$a_{\mathcal{R}}(E^*),\ a_\Lambda(E^*),\ a_{\mathcal{T}}(E^*), \qquad b_{ij}(E^*) \ge 0, \quad i \ne j,\ i,j \in \{\mathcal{R}, \Lambda, \mathcal{T}\},$$

interpreted as diagonal damping and cross-channel coupling data for the predictive defect channels.

Определение 2.29 (Dominance-ready package)**.** *A window coefficient package is called* dominance-ready *if the strict inequalities*

$$a_{\mathcal{R}}(E^*) > b_{\mathcal{R}\Lambda}(E^*) + b_{\mathcal{R}\mathcal{T}}(E^*),$$
$$a_\Lambda(E^*) > b_{\Lambda\mathcal{R}}(E^*) + b_{\Lambda\mathcal{T}}(E^*),$$
$$a_{\mathcal{T}}(E^*) > b_{\mathcal{T}\mathcal{R}}(E^*) + b_{\mathcal{T}\Lambda}(E^*)$$

hold.

Определение 2.30 (Associated control matrix)**.** *The* associated control matrix *of a window coefficient package is*

$$A(E^*) = \begin{pmatrix} a_{\mathcal{R}} & -b_{\mathcal{R}\Lambda} & -b_{\mathcal{R}\mathcal{T}} \\ -b_{\Lambda\mathcal{R}} & a_\Lambda & -b_{\Lambda\mathcal{T}} \\ -b_{\mathcal{T}\mathcal{R}} & -b_{\mathcal{T}\Lambda} & a_{\mathcal{T}} \end{pmatrix}.$$

Предложение 2.11 (Dominance-ready packages descend intrinsically)**.** *If the window coefficient package is built functorially from admissible reper-geometric data, then its associated control matrix is an intrinsic quotient object on each finite energy window.*

Доказательство. The coefficients are scalar window data extracted from invariant reper-geometric control data. Hence they are independent of the choice of admissible representative and define the same control matrix on the quotient sector. □

Теорема 2.10 (Axiomatic availability of dominance-ready control data)**.** *If the admissible architecture of Volume I carries a reper-geometric control package and a dominance-ready window coefficient package on each finite energy window, then the synchronized theory has access to a canonical family of quotient control matrices prepared for strict dominance arguments.*

Доказательство. The reper-geometric control package descends to the quotient by the previous layer. The dominance-ready coefficient package determines the associated control matrix on each finite window by the preceding proposition. Therefore the quotient theory carries a canonical family of dominance-ready control matrices. □

Пояснение. Этот блок делает финальный мост более проверяемым. Вместо общего требования “strict dominance” теория теперь фиксирует конкретный тип coefficient package, whose row-wise diagonal dominance can later be checked directly. Это шаг от абстрактной схемы к контролируемому критерию.

2.14. Canonical construction of dominance-ready coefficient packages

Определение 2.31 (Reper damping bounds)**.** *For a finite energy window* $[E_*, E^*]$*,* reper damping bounds *are positive quantities*

$$\delta_{\mathcal{R}}(E^*), \qquad \delta_{\Lambda}(E^*), \qquad \delta_{\mathcal{T}}(E^*)$$

extracted from the reper-geometric control package and interpreted as intrinsic lower bounds for dissipation in the reper, λ-truth and truth-stability channels.

Определение 2.32 (Cross-channel transfer bounds)**.** *For $i \neq j$, a* cross-channel transfer bound

$$\kappa_{ij}(E^*) \geq 0$$

is an upper bound on the influence of defect channel j on the differential evolution of defect channel i inside the finite energy window.

Определение 2.33 (Canonical dominance margin)**.** *The* canonical dominance margin *of the i-th channel is*

$$m_i(E^*) := \delta_i(E^*) - \sum_{j \neq i} \kappa_{ij}(E^*).$$

The window is called canonically dominant *if*

$$m_i(E^*) > 0 \qquad \textit{for every } i \in \{\mathcal{R}, \Lambda, \mathcal{T}\}.$$

Определение 2.34 (Canonical coefficient package)**.** *On a canonically dominant finite energy window define*

$$a_i(E^*) := \delta_i(E^*), \qquad b_{ij}(E^*) := \kappa_{ij}(E^*).$$

This package is called the canonical reper-geometric coefficient package*.*

Предложение 2.12 (Canonical dominance implies dominance-ready package)**.** *If a finite energy window is canonically dominant, then the canonical reper-geometric coefficient package is dominance-ready.*

Доказательство. By definition,

$$m_i(E^*) = \delta_i(E^*) - \sum_{j \neq i} \kappa_{ij}(E^*) > 0.$$

Substituting $a_i = \delta_i$ and $b_{ij} = \kappa_{ij}$, we obtain

$$a_i(E^*) > \sum_{j \neq i} b_{ij}(E^*)$$

for every channel i. This is precisely the dominance-ready condition. □

Теорема 2.11 (Canonical coefficient construction theorem). *If the internal reper geometry supplies reper damping bounds and cross-channel transfer bounds with positive canonical dominance margins on every finite energy window, then the synchronized theory carries a window-indexed family of dominance-ready reper-geometric coefficient packages.*

Доказательство. On each finite window define the coefficient package by

$$a_i = \delta_i, \qquad b_{ij} = \kappa_{ij}.$$

Positive canonical dominance margins imply dominance-ready inequalities by the previous proposition. Hence these packages form the required window-indexed family. □

Пояснение. Этот блок делает конструкцию практически проверяемой. Теперь dominance-ready package is not simply assumed: it is produced from damping bounds and cross-channel transfer bounds. The remaining mathematical task becomes the estimation of these intrinsic quantities from reper geometry.

2.15. Базовые определения

Определение 2.35 (Пакетная конфигурация). *Пакетной конфигурацией называется пятёрка*

$$(\mathcal{P}, \Gamma, \{\mathcal{L}_s\}_{s\in\Gamma}, \mathrm{Peak}, \Pi),$$

где $\mathcal{P}$ — базовое пакетное пространство, Γ — стратифицированный индекс, $\mathcal{L}_s$ — семейство допустимых треков на слое s, Peak *— peak-данные на треках, а Π — допустимая схема межслойной сшивки.*

Определение 2.36 (Peak-конфигурация). *Для каждого $s \in \Gamma$ и $L \in \mathcal{L}_s$ множество $\mathrm{Peak}(L) \subseteq L$ называется множеством admissible пиков на L. Совокупность всех таких множеств называется **peak-конфигурацией**.*

Определение 2.37 (PIX-поле). *Под **PIX-полем** понимается семейство отображений или соответствий*

$$\Pi_{s,t} : \mathrm{Peak}_s \rightsquigarrow \mathrm{Peak}_t,$$

заданных для совместимых слоёв $s, t \in \Gamma$ и удовлетворяющих аксиомам допустимости, совместимости со стратами и согласованности с obstruction-layer.

2.16. Аксиномы PIX@PEAKS

(P1) Layered existence. Для каждого $s \in \Gamma$ семейство треков $\mathcal{L}_s$ непусто.

(P2) Local peak admissibility. Для каждого $L \in \mathcal{L}_s$ множество $\mathrm{Peak}(L)$ либо пусто, либо локально конечно.

(P3) PIX-coherence. Для совместимых слоёв s, t отображения $\Pi_{s,t}$ переводят admissible peaks в admissible peaks.

(P4) Obstruction compatibility. Всякая admissible PIX-сшивка должна быть совместима с глобальным препятствием $\mathcal{O}_B$.

(P5) Truth compatibility. Допустимая истинностная интерпретация должна факторизоваться через admissible peak-конфигурации.

(P6) Time orientation. Допустимая эволюция определяется внутренним contraction-принципом и не требует внешнего времени как первичного параметра.

2.17. Первые леммы аксиоматического слоя

Лемма 2.1 (Локальная конечность admissible пиков)**.** *Если для каждого трека L peak-множество задаётся как множество критических узлов локально коэрцитивного функционала на L, то* $\mathrm{Peak}(L)$ *локально конечно.*

Доказательство. На всяком компактном куске трека L коэрцитивный функционал имеет лишь конечное число изолированных критических узлов. Следовательно, пересечение $\mathrm{Peak}(L)$ с любым компактным участком конечно. Это и даёт локальную конечность. □

Лемма 2.2 (Сохранение admissibility под PIX-сшивкой)**.** *Пусть $\Pi_{s,t}$ — admissible PIX-сшивка. Тогда образ любой admissible локальной peak-конфигурации на слое s является admissible peak-конфигурацией на слое t.*

Доказательство. Это входит в аксиому (P3): admissible PIX-сшивка сохраняет допустимость peak-данных и не может переводить admissible peak в недопустимый узел. □

2.18. Первое proposition-ядро

Предложение 2.13 (Минимальная внутренняя согласованность)**.** *Если выполнены аксиомы (P1)–(P4), то категория локальных admissible peak-данных замкнута относительно композиции совместимых PIX-сшивок.*

Доказательство. Пусть $\Pi_{s,t}$ и $\Pi_{t,u}$ — две совместимые admissible PIX-сшивки. По лемме о сохранении admissibility первая переводит admissible конфигурации на s в admissible конфигурации на t, а вторая — с t на u. Следовательно, композиция $\Pi_{t,u} \circ \Pi_{s,t}$ снова переводит admissible конфигурации в admissible конфигурации. Замкнутость получена. □

Теорема 2.12 (Теорема минимальной непротиворечивости)**.** *Если существует хотя бы один слой $s_0 \in \Gamma$, хотя бы один трек $L_0 \in \mathcal{L}_{s_0}$ и хотя бы один admissible пик $p_0 \in \mathrm{Peak}(L_0)$, а система PIX-сшивок удовлетворяет (P3)–(P4), то аксиоматическое ядро допускает нетривиальную локальную модель.*

Доказательство. Берём подкатегорию, состоящую только из слоя s_0, трека L_0, его admissible peak-множества и тождественной PIX-сшивки на этом слое. Все аксиомы (P1)–(P4) на таком подкорпусе выполнены автоматически. Следовательно, существует нетривиальная локальная модель. □

Замечание 2.1. *Теорема минимальной непротиворечивости пока даёт только локальную модель. Переход к глобальной модели Доктрины требует отдельной obstruction-theory и gluing-theory, которые вынесены в Том IV.*

Часть III

Том II. Projective truth and logical admissibility

Глава 3

Projective truth and logical admissibility

3.1. Структура тома

1. Проективный критерий истины.
2. Cross-ratio слой.
3. Correspondence truth–peak.
4. PIX-совместимая истинность.
5. Инвариантность истины при допустимых морфизмах.

3.2. Редакторский патч для начала тома

> Проективный критерий истины в новой редакции не считается внешней логической надписью над геометрией. Он должен быть реконструирован из допустимых PIX@PEAKS-конфигураций. Тем самым truth-layer становится не соседним, а производным от peak-геометрии и PIX-сшивки слоем.

3.3. Синхронизация с томами I и III

Роль Тома II в общей линии. Если Том I фиксирует admissible domain, а Том III строит associator geometry на этом domain, то Том II должен показать, что truth-layer также живёт на том же пространстве и совместим с quotient by admissible symmetries.

Определение 3.1 (Admissible truth domain)**.** *Под admissible truth domain понимается admissible subclass пространства peak-конфигураций, coming from the common admissible domain of Volume I and admitting realization map*

$$\Theta :\to \mathcal{T}.$$

Предложение 3.1 (Truth descends modulo admissible symmetries)**.** *Пусть G — группа admissible symmetries, acting on admissible peak-configurations. Если C и C' принадлежат одному orbit-class modulo admissible symmetries, то*

$$\Theta(C) = \Theta(C').$$

Следовательно, truth-layer descends to the quotient

$$\overline{\Theta} : /G \to \mathcal{T}.$$

Доказательство. Если C' получена из C admissible symmetry morphism, то по already established invariance lemma truth-state сохраняется. Поэтому Θ constant on admissible orbits and hence factors through the quotient. □

Пояснение. Этот шаг критичен для связи с Томом III. После него truth-layer можно сравнивать не с отдельными representatives admissible конфигураций, а с их orbit-classes modulo symmetries. Именно на таких reduced classes затем работает local rigidity и zero-stratum theory Тома III.

3.4. Truth–Peak correspondence

Определение 3.2 (Truth-layer)**.** *Под* truth-layer *понимается пространство $\mathcal{T}$ допустимых истинностных состояний вместе с отображением реализации*

$$\Theta :\to \mathcal{T},$$

где — класс admissible peak-конфигураций.

Определение 3.3 (PIX-совместимая истинность)**.** *Истинностное состояние $\tau \in \mathcal{T}$ называется* PIX-совместимым*, если существует admissible peak-конфигурация $C \in$, такая что $\Theta(C) = \tau$, а все локальные data C совместимы с PIX-сшивками и obstruction-discipline.*

3.5. Cross-ratio как промежуточный слой

Проективный инвариант должен входить не напрямую в истину, а через admissibility-схему:

$$(A, B; C, D) \xrightarrow{\text{peak admissibility}} \Theta(C).$$

Предложение 3.2 (Truth реализуется через admissible peak-data)**.** *Если truth-state $\tau \in \mathcal{T}$ является PIX-совместимым, то τ реализуется через admissible peak-конфигурацию и, следовательно, не является внешней надписью над геометрией.*

Доказательство. По определению PIX-совместимой истинности существует admissible peak-конфигурация C, для которой $\Theta(C) = \tau$. Следовательно, τ реализуется внутри геометрии peak-данных. □

Лемма 3.1 (Инвариантность истины при admissible PIX-морфизмах)**.** *Пусть $f : C \to C'$ — admissible морфизм peak-конфигураций, сохраняющий cross-ratio-класс. Тогда*

$$\Theta(C) = \Theta(C').$$

Доказательство. Так как f сохраняет admissibility и проективный инвариант, truth-state, построенный через Θ, не изменяется. В противном случае Θ зависело бы не от проективного класса, а от внешней представимости, что противоречит принятым axioms truth-layer. □

Теорема 3.1 (Теорема реализационной истинности)**.** *Допустимое истинностное состояние возникает тогда и только тогда, когда существует PIX-совместимая admissible peak-конфигурация, реализующая это состояние.*

Доказательство. Необходимость включена в определение PIX-совместимой истинности. Для достаточности берём любую admissible peak-конфигурацию C, реализующую truth-state τ. Тогда $\tau = \Theta(C)$, а значит τ принадлежит admissible truth-layer. Эквивалентность доказана. □

Следствие 3.1 (Невозможность внешней истины)**.** *Если truth-state не реализуется никакой admissible peak-конфигурацией, то он не принадлежит допустимому truth-layer Доктрины.*

Доказательство. Это непосредственное отрицание предыдущей теоремы. □

Замечание 3.1. *Следующий тяжёлый шаг состоит в том, чтобы связать truth-layer не только с существованием admissible peak-конфигурации, но и с её единственностью с точностью до admissible PIX-морфизмов.*

3.6. Bridge to finite-energy dynamics of Volume III

Смысл этого раздела. После синхронизации томов I–III truth-layer должен быть совместим не только с admissible morphisms, но и с asymptotic selection theory Тома III. Поэтому необходимо явно зафиксировать, что descended truth-state survives passage to rigid zero-classes and to their asymptotic limits.

Определение 3.4 (Asymptotic truth state)**.** *Пусть reduced gradient trajectory $C(t)$ on the common admissible domain converges modulo admissible symmetries to a class*

$$[Z_\infty] \in Z/G.$$

Тогда асимптотическим truth-state *траектории называется значение*

$$\mathcal{T}_\infty(C) := \overline{\Theta}([Z_\infty]),$$

где $\overline{\Theta}$ *— descended truth-layer on the quotient by admissible symmetries.*

Предложение 3.3 (Well-definedness of the asymptotic truth state)**.** *Если два admissible representatives of the same asymptotic limit class* $[Z_\infty] \in Z/G$ *are chosen, then they define one and the same asymptotic truth-state.*

Доказательство. By the quotient-descent proposition already established in this volume, truth-layer is constant on admissible orbit-classes. Therefore $\overline{\Theta}([Z_\infty])$ does not depend on the chosen representative. □

Предложение 3.4 (Truth stabilization on locally rigid zero-strata)**.** *Пусть* Z/G *is a locally rigid zero-stratum in the sense of Volume III, and let* $C(t)$ *be an admissible reduced gradient trajectory converging modulo admissible symmetries to some class* $[Z_\infty] \in Z/G$*. Then the asymptotic truth-state*

$$\mathcal{T}_\infty(C) = \overline{\Theta}([Z_\infty])$$

is locally stable under sufficiently small zero-layer perturbations of the limiting class.

Доказательство. By the truth-rigidity theorem of Volume III, sufficiently small zero-layer deformations inside a locally rigid zero-class do not change the descended truth-state. Hence the limit truth-state is locally stable. □

Пояснение. Этот блок завершает внутреннюю работу Тома II: truth-layer now not only factors through admissible symmetries, but is also compatible with the asymptotic zero-class selected by the finite-energy dynamics of Volume III.

3.7. Truth-selection layer on the quotient sector

Определение 3.5 (Finite-energy quotient sector)**.** *Пусть* $\mathcal{K} \subset \mathcal{C}^{\mathrm{adm}}$ *— admissible connected component. Its* finite-energy quotient sector *is the subset*

$$(\mathcal{K}_{\mathrm{fe}}/G) := \{[C] \in \mathcal{K}/G \mid \mathcal{A}(C) < \infty\}.$$

Определение 3.6 (Truth-selection map)**.** *Suppose the hypotheses of the asymptotic truth-state construction hold. The* truth-selection map *is the assignment*

$$\mathfrak{T}_\infty : \mathcal{K}_{\mathrm{fe}}/G \to \mathcal{T}, \qquad \mathfrak{T}_\infty([C_0]) := \mathcal{T}_\infty(C_0),$$

where $\mathcal{T}_\infty(C_0)$ *is the asymptotic truth-state determined by the limiting zero-class selected by the Volume III dynamics.*

Предложение 3.5 (Well-definedness of the truth-selection map)**.** *If two admissible initial data* C_0 *and* C_0' *belong to the same class in* $\mathcal{K}_{\mathrm{fe}}/G$*, then*

$$\mathfrak{T}_\infty([C_0]) = \mathfrak{T}_\infty([C_0']).$$

Доказательство. By admissible symmetry invariance, C_0 and C_0' induce the same reduced trajectory class modulo symmetries and therefore select the same asymptotic zero-class in the quotient. Since the descended truth-layer is constant on quotient classes, the asymptotic truth-state coincides. □

Теорема 3.2 (Local constancy of truth-selection on rigid zero-sectors)**.** *Assume that finite-energy dynamics of Volume III selects limits in a locally rigid zero-stratum Z/G. Then the truth-selection map $\mathfrak{T}_\infty$ is locally constant on finite-energy quotient classes whose asymptotic limits stay inside one locally rigid truth-stable component of Z/G.*

Доказательство. By the truth-stabilization proposition above, sufficiently small perturbations of a locally rigid zero-class do not change the descended truth-state. Therefore all finite-energy initial classes asymptotically selecting nearby classes inside the same rigid truth-stable component have the same image under $\mathfrak{T}_\infty$. □

Пояснение. Этот блок поднимает Том II от статической truth-theory к asymptotic quotient-truth theory. Truth now not only descends to the quotient, but is organized by finite-energy asymptotic selection and therefore becomes part of the final output of the synchronized Volumes I–III.

3.8. Truth compatibility with barrier-controlled sectors

Определение 3.7 (Truth-compatible barrier sector)**.** *Let $\overline{\mathfrak{B}}$ be a quotient barrier datum on $\mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G$. A sector*

$$\mathcal{S} \subset \mathcal{C}^{\mathrm{adm}}/G$$

is called truth-compatible barrier sector *if the descended truth-layer $\overline{\Theta}$ is locally constant on rigid zero-classes selected from $\mathcal{S}$.*

Предложение 3.6 (Barrier-controlled truth constancy)**.** *Suppose a quotient barrier datum $\overline{\mathfrak{B}}$ organizes a family of admissible trajectories into a sector $\mathcal{S}$ whose asymptotic limits lie in one locally rigid truth-stable component of Z/G. Then the truth-selection map*

$$\mathfrak{T}_\infty : \mathcal{S} \to \mathcal{T}$$

is locally constant.

Доказательство. All trajectories in $\mathcal{S}$ converge to zero-classes inside the same locally rigid truth-stable component. By local constancy of truth-selection on rigid zero-sectors, their asymptotic truth-states are locally constant on $\mathcal{S}$. □

Пояснение. Этот блок нужен для глубокой синхронизации с Томом III: если later no-escape/barrier structures isolate a sector of admissible quotient dynamics, then truth-layer remains stable on the asymptotic zero-regimes selected inside that sector.

3.9. Truth compatibility of barrier generators

Определение 3.8 (Truth-compatible generator family)**.** *A quotient barrier generator family*

$$\{\overline{\mathfrak{G}}_{E^*}\}_{E^*>E_*}$$

is called truth-compatible *if the barrier-controlled sectors it generates asymptotically select zero-classes contained in locally rigid truth-stable components of* Z/G.

Предложение 3.7 (Truth stability under generator-controlled selection)**.** *Assume a truth-compatible generator family controls a quotient sector of finite-energy trajectories and asymptotically selects zero-classes in one rigid truth-stable component of Z/G. Then the corresponding truth-selection map is locally constant on that generator-controlled sector.*

Доказательство. By definition of truth-compatible generator family, all asymptotic zero-classes lie in one rigid truth-stable component. By local constancy of truth-selection on rigid zero-sectors, the asymptotic truth-state is locally constant there. □

Пояснение. Этот блок синхронизирует Том II с новым углублением Тома I: теперь не только готовые barrier sectors, но и сами generator families can be tested for truth-compatibility. Это усиливает линию I–III до уровня, где truth-selection уже заранее встроен в barrier-generation mechanism.

3.10. Truth-compatible synthesis layer

Определение 3.9 (Truth-compatible synthesis operator)**.** *A quotient-compatible synthesis operator is* truth-compatible *if every synthesized quotient barrier family it produces from a truth-compatible generator family asymptotically selects rigid truth-stable zero-classes.*

Предложение 3.8 (Truth inheritance under synthesis)**.** *If a generator family is truth-compatible and the synthesis operator is truth-compatible, then the synthesized quotient barrier family is also truth-compatible.*

Доказательство. By truth-compatibility of the synthesis operator, synthesis preserves asymptotic truth-stability of the selected zero-classes. Hence truth-compatibility passes from the generator family to the synthesized barrier family. □

Пояснение. Этот блок усиливает Том II до уровня, где truth can be pushed through the entire generator-to-barrier synthesis chain. Thus truth-selection is no longer attached only at the end of the theory, but travels through the synthesis mechanism itself.

3.11. Canonical truth-tension component

Определение 3.10 (Vanishing truth-tension on rigid zero-classes)**.** *We say that the truth tension measure $\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}$ is* compatible with rigid zero-classes *if*

$$\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C) = 0$$

for every representative C of a rigid truth-compatible zero-class in Z/G.

Предложение 3.9 (Truth-tension vanishes on asymptotic rigid truth-stable limits)**.** *Assume the synchronized hypotheses of Volumes I–III and compatibility of $\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}$ with rigid zero-classes. Then for every finite-energy trajectory whose asymptotic limit is a rigid truth-compatible zero-class,*

$$\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C(t)) \to 0 \qquad \textit{as } t \to \infty,$$

at least along representatives chosen in a fixed reduced gauge.

Доказательство. By the unified intrinsic bridge theorem every finite-energy trajectory converges modulo admissible symmetries to a rigid truth-compatible zero-class. Since $\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}$ vanishes on such classes and is invariant/continuous on the reduced side, it tends to zero along the trajectory. □

Теорема 3.3 (Truth-compatibility of the canonical generator prototype)**.** *If $\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}$ is compatible with rigid zero-classes and the remaining generator ingredients are invariant under admissible symmetries, then every canonical generator prototype*

$$\mathfrak{G}^{\mathrm{can}}_{E^*} = \alpha(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathrm{pk}} + \beta(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathcal{T}} + \gamma(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathcal{O}_B}$$

is truth-compatible in the asymptotic sense relevant for Volumes II–III.

Доказательство. The truth-tension component vanishes asymptotically on rigid truth-compatible zero-limits. The remaining ingredients are invariant under admissible symmetries and therefore do not destroy truth-compatibility of the asymptotic selection mechanism. Hence the whole prototype is truth-compatible. □

Пояснение. Теперь Том II даёт не только abstract truth-compatibility of generators, but a canonical route: if one of the generator ingredients is an actual truth-tension functional vanishing on rigid zero-limits, then the canonical generator prototype automatically inherits asymptotic truth-compatibility.

3.12. Truth channel inside the coupled control vector

Определение 3.11 (Truth channel)**.** *The second component*

$$\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C)$$

of the canonical control vector is called the truth channel*.*

Предложение 3.10 (Vanishing of the truth channel on rigid truth-compatible zero-states)**.** *Under the synchronized hypotheses of Volumes I–III, if C represents a rigid truth-compatible zero-class, then the truth channel vanishes:*

$$\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C) = 0.$$

Доказательство. This is exactly the compatibility assumption imposed on the truth tension measure in the previous section. □

Теорема 3.4 (Asymptotic collapse of the truth channel)**.** *Assume the finite-energy global selection regime of Volume III and compatibility of the truth channel with rigid zero-classes. Then for every finite-energy trajectory $C(t)$ converging to a rigid truth-compatible zero-class,*

$$\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C(t)) \to 0 \qquad \textit{as } t \to \infty$$

along representatives in any fixed reduced gauge.

Доказательство. By finite-energy selection and the unified intrinsic bridge theorem, the trajectory converges modulo admissible symmetries to a rigid truth-compatible zero-class. Since the truth channel vanishes on such classes and is invariant/continuous on the quotient side, it tends to zero along the trajectory. □

Пояснение. Теперь truth enters the canonical control vector as a genuine asymptotically vanishing channel. Это важно для следующего шага в Томе III: при матрично-спектральном контроле канонической тройки именно этот channel makes the resulting synthesized barrier automatically truth-compatible at the limit.

3.13. λ-truth layer and reper compatibility

Определение 3.12 (Descended λ-truth layer)**.** *The descended λ-truth layer is a quotient functional*

$$\overline{\Lambda} : /G \to \mathbb{R}_{\geq 0}$$

refining the truth-layer by assigning a quantitative truth-intensity to each quotient peak-class.

Определение 3.13 (Asymptotic λ-truth state)**.** *If a finite-energy trajectory selects a limit class $[Z_\infty] \in Z/G$, then its* asymptotic λ-truth state *is*

$$\Lambda_\infty(C) := \overline{\Lambda}([Z_\infty]).$$

Определение 3.14 (Reper-compatible λ-truth)**.** *We say that the descended λ-truth layer is* reper-compatible *if on rigid truth-compatible zero-classes its value depends only on the descended reper datum:*

$$\overline{\Lambda}([Z]) = \Lambda_{\mathcal{R}}\big(\overline{\mathfrak{R}}([Z])\big)$$

for some function $\Lambda_{\mathcal{R}}$ on the rigid zero-reper sector.

Предложение 3.11 (Well-definedness of asymptotic λ-truth)**.** *Under quotient descent and finite-energy asymptotic selection, the asymptotic λ-truth state $\Lambda_\infty(C)$ is well defined modulo admissible symmetries.*

Доказательство. The selected limit class $[Z_\infty]$ is unique modulo admissible symmetries by the finite-energy selection machinery of Volume III. The descended λ-truth layer is constant on quotient classes by definition. Therefore $\Lambda_\infty(C)$ is well defined. □

Теорема 3.5 (Asymptotic stabilization of λ-truth on rigid zero-sectors)**.** *Assume finite-energy asymptotic selection into a locally rigid truth-stable zero-sector and reper-compatible λ-truth. Then the asymptotic λ-truth state is locally constant on finite-energy quotient classes whose limits stay inside one rigid reper-compatible component of Z/G.*

Доказательство. Inside one rigid reper-compatible component, the limiting zero-classes vary only within a locally rigid truth-stable sector. By local constancy of truth-selection and by reper-compatibility, the value of $\overline{\Lambda}$ depends only on the descended reper datum of the limiting class. Hence the asymptotic λ-truth state is locally constant on such finite-energy quotient classes. □

Пояснение. Теперь Том II explicitly brings λ-truth into the synchronized line I–III. Truth is no longer only a yes/no quotient layer: it acquires a quantitative asymptotic refinement compatible with repers. Это уже прямой математический шаг к предсказательному методу.

3.14. Reper–λ consistency on rigid zero-sectors

Определение 3.15 (Rigid reper–λ consistency)**.** *A rigid truth-compatible zero-sector is called* reper–λ consistent *if on it the descended λ-truth layer is determined by the descended reper datum and all predictive defect channels vanish:*

$$\mathfrak{D}_{\mathcal{R}} = \mathfrak{D}_{\Lambda} = \mathfrak{D}_{\mathcal{T}} = 0.$$

Предложение 3.12 (Vanishing of predictive defect channels on rigid reper–λ consistent zero-sectors)**.** *If a limit class belongs to a rigid reper–λ consistent zero-sector, then along representatives of that class*

$$\mathfrak{D}_{\mathcal{R}} = \mathfrak{D}_{\Lambda} = \mathfrak{D}_{\mathcal{T}} = 0.$$

Доказательство. This is exactly the definition of rigid reper–λ consistency. $\square$

Теорема 3.6 (Asymptotic collapse of the predictive defect vector)**.** *Assume the synchronized hypotheses of Volumes I–III and that finite-energy trajectories asymptotically select rigid reper–λ consistent zero-sectors. Then for every finite-energy trajectory $C(t)$,*

$$\mathbf{P}(C(t)) \to 0 \qquad \textit{as } t \to \infty$$

along representatives in any fixed reduced gauge.

Доказательство. By finite-energy selection and the predictive reper–λ layer, the trajectory converges modulo admissible symmetries to a rigid reper–λ consistent zero-class. Each component of $\mathbf{P}$ vanishes on that class and is quotient-compatible. Therefore all three components tend to zero, hence $\mathbf{P}(C(t)) \to 0$. $\square$

Пояснение. Теперь predictive layer in Volume II is no longer just a readout layer. It also provides the asymptotic vanishing target for the predictive defect vector. Это даёт Тому III возможность формулировать дифференциальный контроль уже непосредственно на реперно-λ-дефектах.

3.15. λ-reper alignment on rigid sectors

Определение 3.16 (λ-reper alignment defect)**.** *The* λ-reper alignment defect *is an invariant nonnegative functional*

$$\mathfrak{D}_{\Lambda\mathcal{R}}(C) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$$

measuring the mismatch between the current descended λ-truth intensity and the value predicted by the current descended reper datum.

Определение 3.17 (Rigid λ-reper alignment)**.** *A rigid truth-compatible zero-sector is called* λ-reper aligned *if*

$$\mathfrak{D}_{\Lambda\mathcal{R}}(C) = 0$$

for every representative of every class in that sector.

Предложение 3.13 (Vanishing of λ-reper alignment on rigid aligned zero--sectors)**.** *If a rigid zero-sector is λ-reper aligned, then the alignment defect vanishes identically on it.*

Доказательство. This is just the definition of rigid λ-reper alignment. $\square$

Теорема 3.7 (Asymptotic λ-reper alignment)**.** *Assume the synchronized hypotheses of Volumes I–III and that finite-energy trajectories asymptotically select rigid λ-reper aligned zero-sectors. Then for every finite-energy trajectory $C(t)$,*

$$\mathfrak{D}_{\Lambda\mathcal{R}}(C(t)) \to 0 \qquad \textit{as } t \to \infty$$

along representatives in any fixed reduced gauge.

Доказательство. By finite-energy predictive selection the trajectory converges modulo admissible symmetries to a rigid truth-compatible zero-class. If the limiting sector is λ-reper aligned, then the alignment defect vanishes on the limit. Since the defect is quotient-compatible, it tends to zero along the trajectory. □

Пояснение. Этот блок делает predictive layer более тонким: теперь контролируется не только truth channel и λ-truth separately, but also their direct alignment with repers. Это важный переход к настоящей внутренней геометрии предсказательного механизма.

3.16. λ-truth damping estimates

Определение 3.18 (Truth-channel damping estimate)**.** *A* truth-channel damping estimate *on a finite energy window is an inequality of the form*

$$\frac{d}{dt}\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C(t)) \leq -\delta_{\mathcal{T}}(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C(t)) + \sum_{j\neq\mathcal{T}} \kappa_{\mathcal{T}j}(E^*)\,\mathfrak{D}_j(C(t)).$$

Определение 3.19 (λ-channel damping estimate)**.** *A* λ-channel damping estimate *is an inequality*

$$\frac{d}{dt}\mathfrak{D}_{\Lambda}(C(t)) \leq -\delta_{\Lambda}(E^*)\,\mathfrak{D}_{\Lambda}(C(t)) + \sum_{j\neq\Lambda} \kappa_{\Lambda j}(E^*)\,\mathfrak{D}_j(C(t)).$$

Предложение 3.14 (Rigid truth-stability supplies damping targets)**.** *On a rigid truth-compatible zero-sector, both $\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}$ and the λ-alignment defect vanish. Hence their damping estimates have zero as the correct asymptotic target.*

Доказательство. The vanishing of $\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}$ follows from truth-stability on rigid zero-sectors. The vanishing of the λ-alignment defect follows from rigid λ-reper alignment. Therefore zero is the common asymptotic target for these channels. □

Теорема 3.8 (Truth-side contribution to canonical dominance)**.** *If truth-channel and λ-channel damping estimates hold with damping constants exceeding the corresponding cross-channel transfer sums, then the truth and λ-rows of the canonical coefficient package are dominance-ready.*

Доказательство. For each of the two rows, the hypothesis is exactly

$$\delta_i(E^*) > \sum_{j\neq i} \kappa_{ij}(E^*).$$

This is precisely the row-wise dominance-ready inequality. □

Пояснение. Этот блок делает роль Тома II конструктивной: truth and λ-truth no longer only stabilize asymptotically; they also provide damping estimates needed to verify the M-matrix criterion.

Часть IV

Том III. Nonassociative peak geometry and associator rigidity

Глава 4

Nonassociative peak geometry and associator rigidity

4.1. Структура тома

1. Ассоциатор как геометрический объект.
2. Ассоциатор как функция расщепления пиков.
3. Категория **PeakPack**.
4. Морфизмы и инварианты.
5. Деформации admissible peak-конфигураций.
6. Reduced Hessian and local coercivity.
7. Жёсткость admissible peak-геометрий.
8. Консервативное вложение старого ядра.

4.2. Редакторский патч для ассоциатора

> В новой проектировке ассоциатор рассматривается не только как формальная мера неассоциативности, но и как кандидат на геометрически интерпретируемую величину, измеряющую расщепление admissible peak-конфигураций. Это переводит ассоциатор из чисто алгебраического статуса в статус центрального инварианта peak-геометрии.

Редакторское замечание. Ниже ключевые формулировки сопровождаются короткими поясняющими абзацами. Их задача — не ослабить строгость, а сделать видимой внутреннюю логику Тома III: как из ассоциатора как формального остатка возникает геометрия расщепления, затем normal form, затем rigidity, затем stabilization, а затем almost-global attractor scheme.

4.3. Standing hypotheses, notation, and scope markers

Базовые обозначения. На протяжении всего тома:

- $\mathcal{C}$ обозначает пространство admissible peak-конфигураций;
- G обозначает группу admissible симметрий;
- $\mathcal{C}_0 = \{C \in \mathcal{C} : \mathcal{A}(C) = 0\}$ обозначает нулевой ассоциаторный слой;
- $T_C^{\mathrm{red}}\mathcal{C}$ обозначает reduced tangent space, то есть касательное пространство modulo directions, порождённых симметриями;
- $\mathrm{Hess}_C^{\mathrm{red}}(\mathcal{A})$ обозначает reduced Hessian ассоциатора;
- $Z \subset \mathcal{C}_0$ обозначает zero-stratum, когда рассматривается не одна нулевая точка, а целое семейство нулевых режимов;
- $\rho(C)$ или $\rho_Z(C)$ обозначает reduced distance до нулевого слоя или zero-stratum;
- $\mathcal{B}$ обозначает admissible basin или tubular low-energy basin вокруг Z.

Что считается доказанным в точном смысле. Внутри этого тома есть несколько разных уровней строгости, и их важно различать.

1. **Exact model results.** В quadratic model class и в римановом модельном классе ассоциатор вычисляется явно, и соответствующие геометризационные формулы являются точными.
2. **Local analytic theorems.** Локальная коэрцитивность, local peak-rigidity, normal form и exponential stabilization доказываются при стандартных аналитических гипотезах гладкости и положительной определённости reduced Hessian.
3. **Semiglobal theorems.** Полуглобальная theorem-scheme опирается на compact zero-stratum, uniform local quadratic control и outer separation.
4. **Almost-global theorems.** Почти-глобальные attractor-type results требуют отдельной гипотезы eventual low-energy entry property.

Почему это важно для чтения тома. Без такого разделения рецензент может неверно интерпретировать структуру доводов и считать, что все блоки тома имеют одинаковый статус. На самом деле логика тома ступенчатая:

$$\text{exact model classes} \Rightarrow \text{local theorem-scheme} \Rightarrow \text{semiglobal control} \Rightarrow \text{almost-global}$$

Главная открытая перемычка. Самым существенным оставшимся мостом является уже не abstract entry-hypothesis как таковая, а проверка window-uniform exterior exclusion principle на широком естественном классе admissible конфигураций. В low-energy analytic regime asymptotic uniqueness уже усилена посредством Łojasiewicz–Simon machinery, so the last open step now concerns truly global finite-energy entry rather than asymptotic selection itself.

4.4. Синхронизация с томами I и II

Что Том III берёт из Тома I. Из Тома I Том III наследует общий admissible domain, то есть пространство admissible конфигураций, strata, peak-data, PIX-coherence and obstruction-compatibility. Поэтому вся геометрия ассоциатора строится не на новом пространстве, а на том же самом admissible universe, который уже был аксиоматически зафиксирован.

Что Том III берёт из Тома II. Из Тома II Том III использует тот факт, что truth-layer инвариантен относительно admissible morphisms и descends to the quotient by admissible symmetries. Это позволяет сравнивать associator geometry и truth-theory на одном и том же reduced level.

Теорема 4.1 (Truth-rigidity on the zero-layer)**.** *Пусть $C \in \mathcal{C}_0$ и выполнены:*

1. *C локально peak-rigid modulo admissible symmetries;*
2. *truth-layer Θ invariant under admissible symmetries and descends to the quotient;*
3. *C_t — sufficiently small admissible deformation with $\mathcal{A}(C_t) = 0$.*

Тогда

$$\Theta(C_t) = \Theta(C)$$

для всех sufficiently small t.

Доказательство. По local peak-rigidity всякая sufficiently small admissible deformation C_t inside the zero-layer is induced by an admissible symmetry. По proposition из Volume II truth-state constant on admissible orbit-classes. Следовательно, $\Theta(C_t) = \Theta(C)$. □

Следствие 4.1 (Local constancy of truth on rigid zero-strata)**.** *Если $Z \subset \mathcal{C}_0$ есть zero-stratum, all whose points satisfy the local rigidity criterion, then descended truth-layer $\overline{\Theta}$ локально постоянен на Z/G.*

Доказательство. Применяем предыдущую теорему pointwise along the rigid zero-stratum. □

Пояснение. Это один из ключевых межтомных результатов синхронизации. Он показывает, что zero-layer Тома III не только геометрически выделен, но и truth-theoretically rigid: малые нулевые деформации не создают новых truth-states, пока они остаются внутри rigid zero-regime modulo symmetries.

Следующий шаг синхронизации. После получения local truth-rigidity on the zero-layer остаётся соединить этот результат с finite-energy global dynamics: если trajectory selected by the Volume III machinery converges to a unique class in Z/G, then Volume II assigns to this class a unique asymptotic truth-state. Именно это и будет содержанием unified bridge theorem below.

4.5. Категория PeakPack

Определение 4.1 (Категория **PeakPack**)**.** *Объектом категории* **PeakPack** *называется пятёрка*

$$(\mathcal{P}, \mathrm{Peak}, \Gamma, \Pi, \mathcal{O}_B),$$

а морфизмом — отображение, сохраняющее страты, допустимые пики, PIX-сшивки и obstruction-class.

Определение 4.2 (Пространство admissible конфигураций)**.** *Через $\mathcal{C}$ обозначим пространство admissible peak-конфигураций, рассматриваемое локально как гладкое многообразие или стратифицированное пространство, на котором определён ассоциаторный функционал.*

Определение 4.3 (Функционал расщепления ассоциатора)**.** ***Функционалом расщепления ассоциатора*** *называется отображение*

$$\mathcal{A} : \mathcal{C} \to \mathbb{R}_{\geq 0},$$

где значение $\mathcal{A}(C)$ интерпретируется как величина неассоциативного расщепления конфигурации C.

Пояснение. На алгебраическом уровне ассоциатор измеряет отклонение от ассоциативности. На геометрическом уровне Тома III это отклонение переинтерпретируется как энергия или стоимость расщепления admissible peak-конфигурации. Именно поэтому $\mathcal{A}$ становится центральной величиной всего тома.

Определение 4.4 (Нулевой ассоциаторный слой)**.** *Подмножество*

$$\mathcal{C}_0 := \{C \in \mathcal{C} : \mathcal{A}(C) = 0\}$$

называется нулевым ассоциаторным слоем.

4.6. Формальные свойства ассоциатора

Лемма 4.1 (Ненегативность)**.** *Для любой admissible peak-конфигурации $C \in \mathcal{C}$ имеем*

$$\mathcal{A}(C) \geq 0.$$

Доказательство. Это встроено в само определение: $\mathcal{A}$ принимает значения в $\mathbb{R}_{\geq 0}$. □

Лемма 4.2 (Инвариантность относительно строгих симметрий)**.** *Если $f : C \to C'$ — морфизм в* **PeakPack***, сохраняющий полную peak-структуру и локальные правила композиции, то*

$$\mathcal{A}(C) = \mathcal{A}(C').$$

Доказательство. При полном сохранении локальной структуры композиции все величины, измеряющие отклонение от ассоциативности, переносятся без изменения. Следовательно, численная мера расщепления совпадает. □

Предложение 4.1 (Ассоциативный сектор как полный подслой)**.** *Нулевой ассоциаторный слой $\mathcal{C}_0$ является полным подслоем $\mathcal{C}$, на котором admissible peak-композиции ведут себя ассоциативно.*

Доказательство. Если $\mathcal{A}(C) = 0$, то по смыслу функционала все локальные отклонения от ассоциативного правила исчезают. Следовательно, композиция на таких конфигурациях ассоциативна. Полнота подслоя следует из инвариантности относительно морфизмов, сохраняющих нулевое значение $\mathcal{A}$. □

Сводка предыдущего шага. К этому моменту логика тома имеет вид

$$\text{associator as formal defect} \implies \text{associator as splitting functional} \implies \mathcal{C}_0 \text{ as zero peak-l}$$

То есть нулевой ассоциаторный слой уже выделен как геометрически специальный режим, а дальнейшая задача состоит в том, чтобы описать его деформации, поперечную жёсткость и стоимость выхода из него.

Диаграмма перехода к деформациям.

$$(\mathcal{C}, \mathcal{A}) \rightsquigarrow T_C\mathcal{C} \rightsquigarrow \delta\mathcal{A}_C,\ \delta^2\mathcal{A}_C \rightsquigarrow \text{rigidity / splitting control}.$$

4.7. Деформационный слой

Определение 4.5 (Admissible деформация)**.** *Пусть $C \in \mathcal{C}$.* Admissible деформацией C *называется гладкое семейство*

$$(-\varepsilon, \varepsilon) \ni t \longmapsto C_t \in \mathcal{C}, \qquad C_0 = C.$$

Его касательный вектор в точке $t = 0$ обозначим через

$$\dot{C} := \left.\frac{d}{dt}\right|_{t=0} C_t \in T_C\mathcal{C}.$$

Определение 4.6 (Первая вариация ассоциатора)**.** *Если $\mathcal{A}$ дифференцируем в точке C, то первой вариацией ассоциатора вдоль admissible деформации C_t называется число*

$$\delta\mathcal{A}_C(\dot{C}) := \left.\frac{d}{dt}\right|_{t=0} \mathcal{A}(C_t).$$

Определение 4.7 (Вторая вариация ассоциатора)**.** *Если $\mathcal{A}$ дважды дифференцируем в точке C, то второй вариацией вдоль admissible деформации C_t называется*

$$\delta^2\mathcal{A}_C(\dot{C}) := \left.\frac{d^2}{dt^2}\right|_{t=0} \mathcal{A}(C_t).$$

Лемма 4.3 (Нулевая первая вариация в минимальном слое)**.** *Если $C \in \mathcal{C}_0$ и C является локальным минимумом $\mathcal{A}$, то*

$$\delta\mathcal{A}_C(\dot{C}) = 0$$

для всякой admissible деформации C_t через C.

Доказательство. Для локального минимума любой дифференцируемой функции первая вариация вдоль всякого допустимого касательного направления равна нулю. Применяем этот факт к $\mathcal{A}$ на $\mathcal{C}$. □

4.8. Симметрии и reduced Hessian

Определение 4.8 (Орбита симметрий)**.** *Пусть группа admissible симметрий G действует на $\mathcal{C}$. Орбитой точки $C \in \mathcal{C}$ называется*

$$\mathcal{O}(C) := \{g \cdot C \mid g \in G\}.$$

Определение 4.9 (Тангенциальный слой симметрий)**.** *Через $T_C\mathcal{O}(C) \subseteq T_C\mathcal{C}$ обозначим подпространство касательных направлений, индуцированных действием группы admissible симметрий.*

Определение 4.10 (Reduced tangent space)**.** Reduced tangent space *в точке C определяется как фактор-пространство*

$$T_C^{\mathrm{red}}\mathcal{C} := T_C\mathcal{C}/T_C\mathcal{O}(C).$$

Определение 4.11 (Reduced Hessian)**.** *Предположим, что $\mathcal{A}$ дважды дифференцируем в точке $C \in \mathcal{C}_0$ и инвариантен относительно admissible симметрий. Тогда* reduced Hessian *есть квадратичная форма*

$$\mathrm{Hess}_C^{\mathrm{red}}(\mathcal{A})$$

на $T_C^{\mathrm{red}}\mathcal{C}$, индуцированная второй вариацией $\delta^2\mathcal{A}_C$.

Пояснение. *Reduced Hessian выделяет истинные поперечные деформации, отбрасывая движения вдоль орбиты симметрий. Поэтому он показывает, насколько жёстко нулевой ассоциаторный слой закреплён внутри окружающего admissible пространства.*

Лемма 4.4 (Корректность reduced Hessian)**.** *Если $\mathcal{A}$ инвариантен относительно admissible симметрий, то $\delta^2\mathcal{A}_C$ зануляется на направлениях из $T_C\mathcal{O}(C)$, а потому корректно индуцирует квадратичную форму на $T_C^{\mathrm{red}}\mathcal{C}$.*

Доказательство. Инвариантность $\mathcal{A}$ вдоль орбиты $G \cdot C$ означает, что функция остаётся постоянной на этой орбите. Следовательно, её первая и вторая вариации по орбитальным направлениям равны нулю. Поэтому вторая вариация зависит только от класса касательного направления по модулю $T_C\mathcal{O}(C)$. $\square$

Сводка деформационного слоя. *В предыдущем разделе были введены admissible деформации и вариации ассоциатора. Это означает, что теперь том переходит от статических определений к локальной аналитической механике:*

$$\textit{deformation} \implies \delta\mathcal{A} \implies \delta^2\mathcal{A} \implies \mathrm{Hess}^{\mathrm{red}}.$$

Именно reduced Hessian становится тем объектом, который различает тривиальные движения вдоль симметрий и истинные поперечные направления расщепления.

Диаграмма локального режима.

$$\mathrm{Hess}^{\mathrm{red}} > 0 \implies \textit{local coercivity} \implies \textit{local peak-rigidity} \implies \textit{isolated zero-class}.$$

4.9. Локальная коэрцитивность и жёсткость

Определение 4.12 (Положительная определённость reduced Hessian)**.** *Говорят, что $\mathrm{Hess}_C^{\mathrm{red}}(\mathcal{A})$ положительно определён, если для всякого ненулевого класса*

$$[v] \in T_C^{\mathrm{red}}\mathcal{C}$$

имеем

$$\mathrm{Hess}_C^{\mathrm{red}}(\mathcal{A})([v],[v]) > 0.$$

Теорема 4.2 (Локальная коэрцитивность ассоциатора modulo symmetries)**.** *Пусть $C \in \mathcal{C}_0$, $\mathcal{A}$ дважды дифференцируем в окрестности C, и reduced Hessian $\mathrm{Hess}_C^{\mathrm{red}}(\mathcal{A})$ положительно определён. Тогда существуют окрестность $U \subset \mathcal{C}$ точки C и константа $c > 0$, такие что для всякой $C' \in U$*

$$\mathcal{A}(C') \geq c\, d_{\mathrm{red}}(C', \mathcal{O}(C))^2,$$

где d_{red} обозначает локальное расстояние до орбиты admissible симметрий в выбранной локальной сечении.

Пояснение. *Это первая по-настоящему геометрическая теорема тома: ассоциатор около нулевого режима ведёт себя как квадратичная энергия удаления от orbit-class. Чем дальше конфигурация уходит от нулевого слоя modulo symmetries, тем дороже она становится в смысле $\mathcal{A}$.*

Доказательство. В локальной сечении к орбите admissible симметрий разлагаем admissible малую деформацию на орбитальную и поперечную части. По лемме о нулевой первой вариации линейный член разложения $\mathcal{A}$ исчезает в точке C. Положительная определённость reduced Hessian даёт положительный квадратичный член на поперечном пространстве. Следовательно, в достаточно малой окрестности $\mathcal{A}$ снизу оценивается положительной константой, умноженной на квадрат поперечной нормы, то есть на квадрат расстояния до орбиты симметрий. □

Теорема 4.3 (Критерий локальной peak-жёсткости)**.** *Пусть $C \in \mathcal{C}_0$ и reduced Hessian $\mathrm{Hess}_C^{\mathrm{red}}(\mathcal{A})$ положительно определён. Тогда всякая достаточно малая admissible деформация C_t, сохраняющая условие*

$$\mathcal{A}(C_t) = 0,$$

индуцируется admissible симметрией. Иными словами, C локально жёстка modulo admissible symmetries.

Пояснение. *Смысл критерия в том, что нулевой ассоциаторный слой не содержит нетривиальных плоских направлений, кроме тех, что уже порождены симметриями. Поэтому локальная геометрия не расползается в новое семейство zero-configurations.*

Доказательство. Пусть C_t — малая admissible деформация с $\mathcal{A}(C_t) = 0$. По локальной коэрцитивности имеем

$$0 = \mathcal{A}(C_t) \geq c\, d_{\mathrm{red}}(C_t, \mathcal{O}(C))^2.$$

Значит,

$$d_{\mathrm{red}}(C_t, \mathcal{O}(C)) = 0$$

для малых t, то есть C_t лежит на орбите admissible симметрий точки C. Следовательно, деформация тривиальна modulo symmetries. □

Следствие 4.2 (Изолированность нулевого ассоциаторного класса)**.** *При условиях предыдущей теоремы точка C задаёт изолированный класс в нулевом ассоциаторном слое $\mathcal{C}_0/G$.*

Доказательство. Если бы в $\mathcal{C}_0/G$ существовала последовательность различных классов, стремящихся к классу C, то можно было бы выбрать представителей, лежащих сколь угодно близко к C, но не принадлежащих орбите $\mathcal{O}(C)$. Это противоречит критерию локальной peak-жёсткости. □

4.10. Локальная геометризация ассоциатора

Определение 4.13 (Reduced splitting distance). *Пусть $C \in \mathcal{C}$ лежит в достаточно малой окрестности нулевого ассоциаторного слоя $\mathcal{C}_0$.* Reduced splitting distance *до нулевого слоя определяется формулой*

$$\rho(C) := \inf_{C_0 \in \mathcal{C}_0} d_{\mathrm{red}}(C, C_0),$$

где d_{red} обозначает локальное расстояние по модулю admissible симметрий в выбранной локальной сечении.

Определение 4.14 (Ограниченный reduced Hessian). *Говорят, что reduced Hessian* $\mathrm{Hess}^{\mathrm{red}}_{C_0}(\mathcal{A})$ локально ограничен сверху и снизу *в точке $C_0 \in \mathcal{C}_0$, если существуют константы $0 < m \leq M$ и локальная сеченийная норма $\|\cdot\|_{\mathrm{red}}$ на $T^{\mathrm{red}}_{C_0}\mathcal{C}$, такие что*

$$m\|v\|^2_{\mathrm{red}} \leq \mathrm{Hess}^{\mathrm{red}}_{C_0}(\mathcal{A})(v, v) \leq M\|v\|^2_{\mathrm{red}}$$

для всех $v \in T^{\mathrm{red}}_{C_0}\mathcal{C}$.

Теорема 4.4 (Локальная квадратическая геометризация ассоциатора). *Пусть $C_0 \in \mathcal{C}_0$ и выполнены условия:*

1. *$\mathcal{A}$ дважды дифференцируем в окрестности C_0;*
2. *$\mathcal{A}$ инвариантен относительно admissible симметрий;*
3. *reduced Hessian $\mathrm{Hess}^{\mathrm{red}}_{C_0}(\mathcal{A})$ положительно определён и локально ограничен сверху и снизу.*

Тогда существуют окрестность U точки C_0 и константы $0 < c_1 \leq c_2$, такие что для всякой admissible конфигурации $C \in U$

$$c_1\, \rho(C)^2 \leq \mathcal{A}(C) \leq c_2\, \rho(C)^2.$$

Пояснение. *Это центральная quantitative-formula Тома III. Здесь ассоциатор становится квадратически эквивалентен reduced-distance до нулевого слоя. С этого места теория уже не только qualitative, но и измерительная.*

Доказательство. Поскольку $\mathcal{A}$ инвариантен относительно admissible симметрий, он корректно спускается в локальную сечение к орбите симметрий. В точке $C_0 \in \mathcal{C}_0$ первая вариация исчезает по лемме о нулевой первой вариации в минимальном слое. Поэтому разложение Тейлора вдоль reduced-координат имеет вид

$$\mathcal{A}(C) = \frac{1}{2}\,\mathrm{Hess}^{\mathrm{red}}_{C_0}(\mathcal{A})(v, v) + o(\|v\|^2_{\mathrm{red}}),$$

где v — reduced displacement от C_0 к C в локальной сечении.

По предположению о двусторонней ограниченности reduced Hessian существуют константы $m, M > 0$, такие что для малых v

$$\frac{m}{2}\|v\|^2_{\mathrm{red}} + o(\|v\|^2_{\mathrm{red}}) \le \mathcal{A}(C) \le \frac{M}{2}\|v\|^2_{\mathrm{red}} + o(\|v\|^2_{\mathrm{red}}).$$

Сужая окрестность при необходимости, поглощаем остаточный член $o(\|v\|^2_{\mathrm{red}})$ в квадратичные оценки и получаем

$$c_1\|v\|^2_{\mathrm{red}} \le \mathcal{A}(C) \le c_2\|v\|^2_{\mathrm{red}}$$

для некоторых $0 < c_1 \le c_2$. Так как $\|v\|_{\mathrm{red}}$ эквивалентна локальному расстоянию $\rho(C)$ до нулевого слоя modulo symmetries, получаем требуемую оценку. □

Следствие 4.3 (Локальное обнаружение нетривиального расщепления)**.** *При условиях предыдущей теоремы, для всякой admissible конфигурации C из достаточно малой окрестности $C_0 \in \mathcal{C}_0$ выполняется эквивалентность*

$$\mathcal{A}(C) = 0 \iff \rho(C) = 0.$$

Следовательно,

$$\mathcal{A}(C) > 0 \iff \rho(C) > 0,$$

то есть в локальном режиме ассоциатор положителен тогда и только тогда, когда конфигурация имеет нетривиальное reduced-расщепление относительно нулевого peak-слоя.

Доказательство. Эквивалентность непосредственно следует из двусторонней квадратической оценки

$$c_1\,\rho(C)^2 \le \mathcal{A}(C) \le c_2\,\rho(C)^2.$$

Если $\mathcal{A}(C) = 0$, то $\rho(C) = 0$, и наоборот. Положительность обоих величин также эквивалентна. □

Следствие 4.4 (Изолированность нулевого слоя при локальной геометризации)**.** *Если, кроме условий локальной квадратической геометризации, орбита $\mathcal{O}(C_0)$ компактно выделена в выбранной локальной сечении, то класс C_0 изолирован в нулевом ассоциаторном слое modulo admissible symmetries.*

Доказательство. Если бы существовала последовательность различных классов из нулевого слоя, стремящаяся к классу C_0, то для её представителей C_n имели бы $\mathcal{A}(C_n) = 0$ и, следовательно, $\rho(C_n) = 0$. Это означало бы, что каждый C_n лежит на reduced-нулевом расстоянии от $\mathcal{C}_0$, а при компактной выделенности орбиты — в той же локальной orbit-type component, что и C_0. Тогда классы не могли бы быть различными. Противоречие. □

Замечание 4.1. *Эта серия результатов даёт уже не только критерий локальной жёсткости, но и первую* локальную теорему геометризации ассоциатора*: в neighbourhood of a rigid zero-layer the associator is quantitatively equivalent to squared reduced splitting distance.*

Сводка локального режима. *На этом этапе уже получено главное local theorem-core:*

$$\mathcal{A} \sim \rho^2 \quad \text{около } \mathcal{C}_0 \text{ modulo symmetries}.$$

Но чтобы теория не оставалась чисто аксиоматической, нужен explicit class, на котором эта эквивалентность вычисляется буквально. Поэтому следующий шаг — переход к модельным классам.

Диаграмма перехода к модельным классам.

$$\text{local theorem-scheme} \implies \text{explicit quadratic model} \implies \text{exact identity or sharp bound}$$

4.11. Первый нетривиальный модельный класс: квадратические модели расщепления

Определение 4.15 (Евклидово пространство расщепления)**.** *Фиксируем конечномерное евклидово пространство E с нормой $\|\cdot\|_E$, базовую admissible конфигурацию*

$$C_{\mathbf{0}}$$

и набор попарно ортогональных unit-vectors

$$v_1, \dots, v_m \in E.$$

Определение 4.16 (Параметрическое семейство peak-конфигураций)**.** *Пусть $a = (a_1, \dots, a_m) \in U \subseteq \mathbb{R}^m$, где U — малая окрестность нуля.* Квадратической моделью расщепления *называется семейство admissible конфигураций*

$$\{C_a\}_{a \in U},$$

получаемое из $C_{\mathbf{0}}$ тем, что для каждого $i = 1, \dots, m$ выделенная peak-пара смещается вдоль направления v_i на величину a_i, а именно локальные пики пары принимают вид

$$p_i^{\pm}(a) = p_i \pm a_i v_i.$$

Остальные peak-узлы конфигурации оставляются фиксированными.

Определение 4.17 (Модельное PIX-поле)**.** *PIX-сшивка между двумя параметрами $a, b \in U$ определяется как correspondence, переводящая каждую labelled peak-пару $p_i^{\pm}(a)$ в соответствующую labelled peak-пару $p_i^{\pm}(b)$. Такое correspondence обозначим через*

$$\Pi_{a,b}^{\text{mod}}.$$

Определение 4.18 (Группа модельных симметрий)**.** *Через*

$$G_{\text{mod}} \cong (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^m$$

обозначим группу отражений, независимо меняющих знак в каждой peak-паре:

$$(a_1, \dots, a_m) \mapsto (\pm a_1, \dots, \pm a_m).$$

Определение 4.19 (Модельный ассоциатор)**.** *Фиксируем положительные веса*

$$\lambda_1, \dots, \lambda_m > 0.$$

Модельный ассоциаторный функционал *определяется формулой*

$$\mathcal{A}_{\mathrm{mod}}(C_a) := \sum_{i=1}^{m} \lambda_i a_i^2.$$

Определение 4.20 (Модельное reduced distance)**.** *Reduced splitting distance модельной конфигурации задаётся формулой*

$$\rho_{\mathrm{mod}}(C_a) := \|a\|_{\mathbb{R}^m} = \Big(\sum_{i=1}^{m} a_i^2\Big)^{1/2}.$$

Предложение 4.2 (Admissibility модельного класса)**.** *Пусть базовая конфигурация $C_{\mathbf{0}}$ admissible, а все смещения $p_i^{\pm}(a) = p_i \pm a_i v_i$ сохраняют допустимость локальной peak-структуры для $a \in U$. Тогда семейство*

$$\{C_a\}_{a \in U}$$

с PIX-сшивками $\Pi_{a,b}^{\mathrm{mod}}$ образует полный admissible подслой категории **PeakPack***.*

Доказательство. По предположению admissibility сохраняется при малых смещениях. PIX-сшивки $\Pi_{a,b}^{\mathrm{mod}}$ сохраняют labels, парность peaks и локальную структуру расщепления. Следовательно, они являются admissible морфизмами. Композиция таких correspondence снова имеет тот же вид, поэтому получаем полный admissible подслой. □

Теорема 4.5 (Точная квадратическая геометризация в модельном классе)**.** *Пусть*

$$\lambda_{\min} := \min_i \lambda_i, \qquad \lambda_{\max} := \max_i \lambda_i.$$

Тогда для всякой модельной конфигурации C_a выполняется

$$\lambda_{\min}\, \rho_{\mathrm{mod}}(C_a)^2 \le \mathcal{A}_{\mathrm{mod}}(C_a) \le \lambda_{\max}\, \rho_{\mathrm{mod}}(C_a)^2.$$

В частности, если все веса равны единице, то

$$\mathcal{A}_{\mathrm{mod}}(C_a) = \rho_{\mathrm{mod}}(C_a)^2.$$

Пояснение. *Этот explicit class нужен как concrete verification общей theorem-scheme. Он показывает, что аппарат Тома III реализуется не только формально, но и на прозрачной вычислимой модели.*

Доказательство. По определению

$$\mathcal{A}_{\mathrm{mod}}(C_a) = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i a_i^2.$$

Так как $\lambda_{\min} \le \lambda_i \le \lambda_{\max}$, то

$$\lambda_{\min} \sum_{i=1}^{m} a_i^2 \le \sum_{i=1}^{m} \lambda_i a_i^2 \le \lambda_{\max} \sum_{i=1}^{m} a_i^2.$$

Но

$$\sum_{i=1}^{m} a_i^2 = \rho_{\mathrm{mod}}(C_a)^2.$$

Подстановка даёт требуемую двустороннюю оценку. Если $\lambda_i = 1$ для всех i, то получаем точное равенство. □

Следствие 4.5 (Точное обнаружение расщепления в модельном классе)**.** *Для модельных конфигураций выполняется эквивалентность*

$$\mathcal{A}_{\mathrm{mod}}(C_a) = 0 \iff \rho_{\mathrm{mod}}(C_a) = 0 \iff a = 0.$$

Следовательно, в этом классе ассоциатор зануляется тогда и только тогда, когда peak-расщепление отсутствует.

Доказательство. Поскольку все $\lambda_i > 0$, сумма $\sum_i \lambda_i a_i^2$ равна нулю тогда и только тогда, когда все $a_i = 0$. Это эквивалентно нулевому reduced distance. □

Следствие 4.6 (Локальная жёсткость нулевого модельного слоя modulo symmetries)**.** *Нулевой модельный слой $C_{\mathbf{0}}$ изолирован в слое*

$$\mathcal{A}_{\mathrm{mod}}^{-1}(0)/G_{\mathrm{mod}}.$$

Доказательство. По предыдущему следствию условие $\mathcal{A}_{\mathrm{mod}}(C_a) = 0$ эквивалентно $a = 0$. Следовательно, modulo симметрий G_{mod} существует только один класс нулевого слоя. □

Предложение 4.3 (Совместимость с локальной геометризацией)**.** *Если в общей теории reduced splitting distance ρ и ассоциатор $\mathcal{A}$ в локальной сечении совпадают с ρ_{mod} и $\mathcal{A}_{\mathrm{mod}}$ на модельном подслое, то локальная квадратическая геометризация ассоциатора из предыдущего раздела реализуется на этом классе точно, а не только асимптотически.*

Доказательство. В модельном классе оценка между $\mathcal{A}_{\mathrm{mod}}$ и ρ_{mod}^2 уже является точной двусторонней квадратической оценкой. Поэтому общая локальная theorem-scheme здесь становится exact model identity. □

Замечание 4.2. *Этот модельный класс является первым нетривиальным concrete realization всей peak-associator machinery. Следующий шаг — построить более геометрический класс, где параметры a_i возникают не извне, а как производные от внутренней admissible геометрии или contraction-dynamics.*

Сводка первого модельного класса. *Quadratic model class показывает, что аппарат Тома III реализуем на прозрачной вычислимой модели:*

$$\mathcal{A}_{\mathrm{mod}} \asymp \rho_{\mathrm{mod}}^2.$$

Но в этой модели параметры расщепления остаются внешними координатами. Поэтому требуется второй модельный класс, где эти параметры уже возникают из внутренней геометрии.

Диаграмма углубления модели.

external parameters $a_i \implies$ *exact toy model* $\implies (M, g_M)$*-geometry* $\implies$ *internal splittin*

4.12. Второй модельный класс: римановы модели внутреннего расщепления

Определение 4.21 (Риманово параметрическое пространство)**.** *Пусть* (M, g_M) *— конечномерное риманово многообразие,* $q_0 \in M$ *— выделенная базовая точка, а*

$$U \subset M$$

— достаточно малая нормальная окрестность q_0*.*

Определение 4.22 (Admissible coordinate control)**.** *Пусть*

$$\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_m) : U \to \mathbb{R}^m$$

— локальная координатная карта, удовлетворяющая двусторонней оценке

$$\alpha\, d_M(q, q_0) \le \|\sigma(q)\|_{\mathbb{R}^m} \le \beta\, d_M(q, q_0)$$

для некоторых констант $0 < \alpha \le \beta$ *и всех* $q \in U$*.*

Определение 4.23 (Риманов класс admissible peak-конфигураций)**.** *Фиксируем admissible базовую конфигурацию* C_{q_0}*, набор попарно ортогональных unit-vectors*

$$v_1, \dots, v_m$$

в евклидовом пространстве расщепления и определим для каждого $q \in U$ *конфигурацию* C_q *по правилу*

$$p_i^{\pm}(q) = p_i \pm \sigma_i(q)\, v_i, \qquad i = 1, \dots, m.$$

Полученное семейство $\{C_q\}_{q \in U}$ *называется* римановым admissible модельным классом.

Определение 4.24 (Геометрический модельный ассоциатор)**.** *При фиксированных весах* $\lambda_1, \dots, \lambda_m > 0$ *определим*

$$\mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_q) := \sum_{i=1}^{m} \lambda_i\, \sigma_i(q)^2.$$

Определение 4.25 (Геометрический reduced distance)**.** *Геометрическим reduced distance для конфигурации* C_q *назовём*

$$\rho_{\mathrm{geo}}(C_q) := d_M(q, q_0).$$

Предложение 4.4 (Admissibility риманова модельного класса)**.** *Пусть базовая конфигурация* C_{q_0} *admissible, а для всех* $q \in U$ *малые смещения, определяемые координатами* $\sigma_i(q)$*, сохраняют admissibility локальной peak-структуры. Тогда семейство*

$$\{C_q\}_{q \in U}$$

образует admissible подслой категории **PeakPack***.*

Доказательство. В малой нормальной окрестности координаты $\sigma_i(q)$ непрерывно зависят от точки q и малы по норме. По предположению admissibility при таких малых смещениях сохраняется. Следовательно, каждое C_q принадлежит admissible классу. Переходы между точками q и q' в U индуцируют admissible correspondence между peak-парами через значения $\sigma(q)$ и $\sigma(q')$, так что получаем admissible подслой. $\square$

Теорема 4.6 (Геометризация ассоциатора через риманово расстояние)**.** *Пусть*

$$\lambda_{\min} := \min_i \lambda_i, \qquad \lambda_{\max} := \max_i \lambda_i.$$

Тогда для всякой конфигурации C_q из риманова модельного класса выполняется двусторонняя оценка

$$\lambda_{\min}\alpha^2\,\rho_{\mathrm{geo}}(C_q)^2 \le \mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_q) \le \lambda_{\max}\beta^2\,\rho_{\mathrm{geo}}(C_q)^2.$$

Пояснение. *Здесь параметры расщепления уже извлекаются из внутренней римановой геометрии. Тем самым теория делает шаг от toy-model к genuinely geometric class, пригодному для связи с динамикой и будущими редукциями.*

Доказательство. По определению

$$\mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_q) = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \sigma_i(q)^2.$$

Следовательно,

$$\lambda_{\min}\|\sigma(q)\|^2_{\mathbb{R}^m} \le \mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_q) \le \lambda_{\max}\|\sigma(q)\|^2_{\mathbb{R}^m}.$$

Применяя двустороннюю координатную оценку

$$\alpha\, d_M(q,q_0) \le \|\sigma(q)\|_{\mathbb{R}^m} \le \beta\, d_M(q,q_0),$$

получаем

$$\lambda_{\min}\alpha^2\, d_M(q,q_0)^2 \le \mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_q) \le \lambda_{\max}\beta^2\, d_M(q,q_0)^2.$$

Так как $d_M(q,q_0) = \rho_{\mathrm{geo}}(C_q)$, требуемая оценка доказана. $\square$

Следствие 4.7 (Точное обнаружение внутреннего расщепления)**.** *Для риманова модельного класса выполняется эквивалентность*

$$\mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_q) = 0 \iff \rho_{\mathrm{geo}}(C_q) = 0 \iff q = q_0.$$

Доказательство. Поскольку все веса положительны и $\alpha > 0$, двусторонняя квадратическая оценка показывает, что $\mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_q) = 0$ тогда и только тогда, когда $d_M(q,q_0) = 0$. На римановом многообразии это эквивалентно $q = q_0$. $\square$

Замечание 4.3. *Этот результат уже не использует внешние независимые параметры a_i, а выводит измерители расщепления из внутренней геометрии параметрического многообразия M.*

4.13. Градиентно-порожденный contraction-flow в римановом модельном классе

Определение 4.26 (Модельный потенциал)**.** *Определим потенциал*

$$V(q) := \frac{1}{2}\,\mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_q).$$

Определение 4.27 (Градиентный admissible flow)**.** *Пусть* $q(t) \in U$ *есть решение градиентного уравнения*

$$\dot{q}(t) = -\nabla^{g_M} V(q(t)).$$

Соответствующая эволюция $C_{q(t)}$ *называется* градиентно-порожденным admissible contraction-flow *модельного класса.*

Теорема 4.7 (Монотонность ассоциатора вдоль градиентного потока)**.** *Вдоль градиентно-порожденного admissible contraction-flow выполняется*

$$\frac{d}{dt}\mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_{q(t)}) = -2\|\nabla^{g_M} V(q(t))\|^2_{g_M} \le 0.$$

Доказательство. Так как $V = \frac{1}{2}\mathcal{A}_{\mathrm{geo}}$, имеем

$$\mathcal{A}_{\mathrm{geo}} = 2V.$$

Следовательно,

$$\frac{d}{dt}\mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_{q(t)}) = 2\frac{d}{dt}V(q(t)) = 2\,dV(\dot{q}(t)).$$

Подставляя $\dot{q}(t) = -\nabla^{g_M} V(q(t))$, получаем

$$\frac{d}{dt}\mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_{q(t)}) = -2\,dV(\nabla^{g_M} V) = -2\|\nabla^{g_M} V\|^2_{g_M}.$$

Отсюда следует неравенство ≤ 0. □

Следствие 4.8 (Стягивание к нулевому слою в изотропном нормальном случае)**.** *Пусть* $M = \mathbb{R}^m$ *с евклидовой метрикой,* $\sigma(q) = q$*, а все веса равны одной константе* $\lambda > 0$*. Тогда градиентный поток имеет вид*

$$\dot{q} = -\lambda q,$$

и

$$\mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_{q(t)}) = \mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_{q(0)})\,e^{-2\lambda t}.$$

Доказательство. В изотропном случае

$$V(q) = \frac{1}{2}\lambda\|q\|^2, \qquad \nabla V(q) = \lambda q.$$

Следовательно,

$$\dot{q} = -\lambda q,$$

откуда

$$q(t) = e^{-\lambda t} q(0).$$

Тогда

$$\mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_{q(t)}) = \lambda\|q(t)\|^2 = \lambda e^{-2\lambda t}\|q(0)\|^2 = \mathcal{A}_{\mathrm{geo}}(C_{q(0)})e^{-2\lambda t}.$$

□

Замечание 4.4. *Этот риманов модельный класс является уже не просто quadratic toy model, а первым мостом между внутренней геометрией параметров расщепления и admissible contraction-dynamics. Именно из него затем можно поднимать глобальную theorem-scheme геометризации ассоциатора и времени.*

Сводка геометрического модельного класса. *Во втором модельном классе ассоциатор уже связывается с внутренним римановым расстоянием, а затем и с градиентной динамикой:*

$$\mathcal{A}_{\mathrm{geo}} \asymp d_M(\cdot, q_0)^2, \qquad \frac{d}{dt}\mathcal{A}_{\mathrm{geo}} \leq 0.$$

Следующий шаг — уйти от отдельной базовой точки q_0 и перейти к целому нулевому страту как организующему геометрическому объекту.

Диаграмма перехода от точки к страту.

$C_0 \in \mathcal{C}_0 \implies$ *local zero point* $\implies Z \subset \mathcal{C}_0 \implies$ *semiglobal control around a compact zero-*

4.14. Полуглобальная геометризация вокруг compact zero-stratum

Определение 4.28 (Compact zero-stratum modulo symmetries)**.** *Пусть*

$$Z \subset \mathcal{C}_0$$

есть подмножество нулевого ассоциаторного слоя, инвариантное относительно admissible симметрий. Говорят, что Z образует compact zero-stratum modulo symmetries*, если его образ в факторе $\mathcal{C}/G$ компактен.*

Определение 4.29 (Reduced distance to the zero-stratum)**.** *Для admissible конфигурации C определим reduced distance до Z по формуле*

$$\rho_Z(C) := \inf_{Z_0 \in Z} d_{\mathrm{red}}(C, Z_0),$$

где d_{red} обозначает локально согласованное расстояние modulo admissible symmetries.

Определение 4.30 (Admissible basin around Z)**.** *Под* admissible basin around Z *понимается инвариантная относительно admissible симметрий окрестность*

$$\mathcal{B} \subset \mathcal{C}$$

такая, что всякая admissible конфигурация из $\mathcal{B}$ соединяется с Z admissible деформационной цепочкой внутри $\mathcal{B}$.

Определение 4.31 (Uniform local quadratic control near Z)**.** *Говорят, что ассоциатор обладает* uniform local quadratic control *около Z, если для всякой точки $Z_0 \in Z$ выполняются условия локальной квадратической геометризации, причём константы c_1, c_2, r_0 можно выбрать одинаковыми для всех точек Z_0 после перехода к конечному покрытию Z/G.*

Определение 4.32 (Outer separation condition)**.** *Говорят, что на admissible basin $\mathcal{B}$ выполнено* outer separation condition*, если существует число $\eta > 0$ и радиус $r_* > 0$ такие, что из условия*

$$\rho_Z(C) \geq r_*$$

для $C \in \mathcal{B}$ следует

$$\mathcal{A}(C) \geq \eta.$$

Теорема 4.8 (Полуглобальная theorem-scheme геометризации ассоциатора)**.** *Пусть $Z \subset \mathcal{C}_0$ есть compact zero-stratum modulo symmetries. Предположим, что:*

1. *$\mathcal{A}$ дважды дифференцируем в окрестности Z;*
2. *$\mathcal{A}$ инвариантен относительно admissible симметрий;*
3. *reduced Hessian положительно определён на каждой точке Z;*
4. *выполнено uniform local quadratic control near Z;*
5. *на admissible basin $\mathcal{B}$ выполнено outer separation condition.*

Тогда существуют числа $0 < c_1 \leq c_2$, $r_0 > 0$ и $\eta > 0$, такие что для всякой admissible конфигурации $C \in \mathcal{B}$ выполняются:

1. *если $\rho_Z(C) \leq r_0$, то*

$$c_1 \, \rho_Z(C)^2 \leq \mathcal{A}(C) \leq c_2 \, \rho_Z(C)^2;$$

2. *если $\rho_Z(C) \geq r_0$, то*

$$\mathcal{A}(C) \geq \eta.$$

Пояснение. *Здесь центр тяжести переносится с одной точки на целый compact zero-stratum. Теорема показывает, что малые значения ассоциатора организуются всем нулевым стратом, а вне его трубчатой области ассоциатор отделён от нуля.*

Доказательство. По compactness of Z/G и uniform local quadratic control существует конечное покрытие compact zero-stratum modulo symmetries окрестностями, на каждой из которых локальная квадратическая геометризация ассоциатора верна с одними и теми же константами после выбора минимального из локальных радиусов и общего нижнего/верхнего bound. Это даёт пункт (1).

Для пункта (2) применяем outer separation condition на admissible basin $\mathcal{B}$: вне фиксированной трубчатой окрестности zero-stratum ассоциатор не может приближаться к нулю. Следовательно, существует положительная нижняя граница η на внешней зоне $\rho_Z(C) \geq r_0$. $\square$

Следствие 4.9 (Полуглобальное обнаружение расщепления)**.** *При условиях предыдущей теоремы для любой последовательности admissible конфигураций $C_n \in \mathcal{B}$ выполняется эквивалентность*

$$\mathcal{A}(C_n) \to 0 \iff \rho_Z(C_n) \to 0.$$

Доказательство. Если $\rho_Z(C_n) \to 0$, то при больших n применима квадратическая upper-estimate

$$\mathcal{A}(C_n) \leq c_2\, \rho_Z(C_n)^2 \to 0.$$

Обратно, если $\mathcal{A}(C_n) \to 0$, то по outer separation condition конфигурации C_n не могут оставаться на расстоянии $\geq r_0$ от zero-stratum. Поэтому начиная с некоторого номера они лежат в трубчатой зоне, где действует lower-estimate

$$c_1\, \rho_Z(C_n)^2 \leq \mathcal{A}(C_n).$$

Отсюда следует $\rho_Z(C_n) \to 0$. □

Теорема 4.9 (Полуглобальная изолированность zero-stratum)**.** *При тех же предположениях любой класс из Z/G изолирован в подуровне*

$$\mathcal{A}^{-1}([0, \eta))/G.$$

Доказательство. По outer separation condition всякая конфигурация, находящаяся достаточно далеко от zero-stratum, имеет значение ассоциатора не меньше η. Следовательно, подуровень $\mathcal{A} < \eta$ целиком лежит в трубчатой окрестности Z, где действует локальная квадратическая геометризация. Там нулевые классы отделены reduced-distance, а значит и в факторе G-орбит они изолированы. □

Замечание 4.5. *Эта theorem-scheme ещё не является полной глобальной геометризацией на всём admissible пространстве $\mathcal{C}$, но уже выводит нас из purely local regime: нулевой слой контролирует малые значения ассоциатора на целой admissible basin.*

Сводка полуглобального режима. *После перехода к compact zero-stratum теория утверждает, что малые значения ассоциатора организуются уже не одной точкой, а целым семейством нулевых режимов:*

$$\mathcal{A}(C) \ll 1 \implies C \text{ near } Z \implies \mathcal{A}(C) \asymp \rho_Z(C)^2.$$

Чтобы понять внутреннюю форму этой оценки, нужно перейти к normal slices и построить локальную нормальную форму ассоциатора modulo symmetries.

Диаграмма перехода к нормальной форме.

$$\text{semiglobal control} \implies \text{normal slice} \implies Q_{C_0}(u) + o(\|u\|^2) \implies \text{Morse-Bott-type structure}$$

4.15. Орбитально-нормальная форма ассоциатора

Определение 4.33 (Normal admissible slice)**.** *Пусть* $C_0 \in \mathcal{C}_0$*.* Normal admissible slice *в точке* C_0 *есть локальное подмногообразие*

$$S_{C_0} \subset \mathcal{C}$$

такое, что

$$T_{C_0}\mathcal{C} = T_{C_0}\mathcal{O}(C_0) \oplus T_{C_0}S_{C_0},$$

и всякая admissible конфигурация C *из достаточно малой окрестности орбиты* $\mathcal{O}(C_0)$ *пересекает* S_{C_0} *ровно в одном классе modulo admissible symmetries.*

Определение 4.34 (Transverse nondegeneracy)**.** *Говорят, что нулевой слой* $\mathcal{C}_0$ трансверсально невырожден *в точке* C_0*, если reduced Hessian*

$$\mathrm{Hess}^{\mathrm{red}}_{C_0}(\mathcal{A})$$

положительно определён на пространстве $T^{\mathrm{red}}_{C_0}\mathcal{C}$*.*

Теорема 4.10 (Орбитально-квадратическая нормальная форма)**.** *Пусть* $C_0 \in \mathcal{C}_0$*,* $\mathcal{A}$ *гладок в окрестности* C_0*, инвариантен относительно admissible симметрий и нулевой слой трансверсально невырожден в* C_0*. Тогда существует normal admissible slice* S_{C_0}*, локальная координата*

$$u = (u_1, \dots, u_k) \in \mathbb{R}^k$$

на S_{C_0} с $u(C_0) = 0$*, и положительно определённая квадратичная форма*

$$Q_{C_0}(u) = \sum_{i=1}^{k} \mu_i u_i^2, \qquad \mu_i > 0,$$

такие что на S_{C_0} *выполнено разложение*

$$\mathcal{A}(C) = Q_{C_0}(u(C)) + R_{C_0}(u(C)),$$

где remainder удовлетворяет

$$R_{C_0}(u) = o(\|u\|^2) \quad \textit{при } u \to 0.$$

Пояснение. *Эта формула показывает, что около нулевого слоя ассоциатор имеет ту же структуру, что и положительная квадратичная энергия в нормальных координатах. Именно из неё потом вырастают rigidity, stabilization и attractor-type statements.*

Доказательство. По инвариантности относительно admissible symmetries мы можем ограничить $\mathcal{A}$ на normal admissible slice S_{C_0}. В точке C_0 первая вариация равна нулю, поскольку $C_0 \in \mathcal{C}_0$ и является локальным минимумом по reduced directions. Вторая вариация на reduced tangent space положительно определена по предположению о transverse nondegeneracy. Тогда стандартное разложение Тейлора на slice даёт

$$\mathcal{A}(C) = \frac{1}{2} D^2 \mathcal{A}_{C_0}(u,u) + o(\|u\|^2).$$

Диагонализуя положительно определённую квадратичную форму $\frac{1}{2}D^2\mathcal{A}_{C_0}$, получаем требуемую нормальную форму с Q_{C_0}. □

Следствие 4.10 (Локальная эквивалентность нормальной формы и reduced distance)**.** *В условиях предыдущей теоремы существуют константы $a, b > 0$ и окрестность U точки C_0, такие что*

$$a\,\|u(C)\|^2 \le \mathcal{A}(C) \le b\,\|u(C)\|^2 \qquad \textit{для всех } C \in U \cap S_{C_0}.$$

Доказательство. Положительная определённость Q_{C_0} даёт двустороннюю квадратичную оценку на $\|u\|^2$. Остаточный член $R_{C_0}(u) = o(\|u\|^2)$ поглощается при сужении окрестности. □

4.16. Morse-Bott-type схема для zero-stratum

Определение 4.35 (Smooth zero-stratum)**.** *Говорят, что $Z \subset \mathcal{C}_0$ есть* smooth zero-stratum*, если Z является гладким подмногообразием $\mathcal{C}$, инвариантным относительно admissible symmetries.*

Определение 4.36 (Transverse Morse-Bott type condition)**.** *Smooth zero-stratum Z удовлетворяет* transverse Morse-Bott type condition*, если для всякой точки $C_0 \in Z$*

1. *первая вариация $\mathcal{A}$ зануляется на $T_{C_0}\mathcal{C}$,*
2. *reduced Hessian нулевой на касательных направлениях к Z,*
3. *reduced Hessian положительно определён на нормальном reduced bundle к Z.*

Теорема 4.11 (Morse-Bott-type theorem for zero-stratum)**.** *Пусть $Z \subset \mathcal{C}_0$ есть smooth zero-stratum, удовлетворяющий transverse Morse-Bott type condition. Тогда в окрестности каждой точки $C_0 \in Z$ существуют admissible координаты*

$$(y, z),$$

где y — координаты вдоль Z, а z — координаты в reduced normal directions, такие что

$$\mathcal{A}(y,z) = Q_{C_0}(z) + o(\|z\|^2),$$

где Q_{C_0} — положительно определённая квадратичная форма, зависящая гладко от y.

Доказательство. Условие transverse Morse-Bott type exactly means, что в tangential directions along Z первая и вторая вариации не создают роста $\mathcal{A}$, а весь leading contribution lives in reduced normal directions. Применяя локальную теорему о разложении по сечению нормального bundle и используя положительную определённость reduced Hessian в поперечном направлении, получаем требуемую форму. □

Следствие 4.11 (Нормальная квадратичность вдоль всего smooth zero--stratum)**.** *Если compact smooth zero-stratum Z/G удовлетворяет transverse Morse-Bott type condition, то локальные квадратичные оценки ассоциатора можно выбрать равномерно вдоль Z после перехода к конечному покрытию.*

Доказательство. Компактность Z/G даёт конечное покрытие локальными chart-neighbourhoods, а гладкая зависимость положительно определённых форм Q_{C_0} от точки C_0 позволяет выбрать общие lower/upper bounds. □

4.17. Нормальная динамическая стабилизация

Определение 4.37 (Normal gradient dynamics)**.** *Пусть S_{C_0} — normal admissible slice и u — его reduced coordinates.* Normal gradient dynamics *задаётся уравнением*

$$\dot{u} = -\nabla_u \mathcal{A}(u).$$

Предложение 4.5 (Линеаризация нормальной динамики)**.** *В условиях орбитально-квадратической нормальной формы линеаризация normal gradient dynamics в точке $u = 0$ имеет вид*

$$\dot{u} = -Hu,$$

где H — положительно определённая симметрическая матрица reduced Hessian.

Доказательство. Из нормальной формы

$$\mathcal{A}(u) = Q_{C_0}(u) + o(\|u\|^2)$$

следует

$$\nabla_u \mathcal{A}(u) = Hu + o(\|u\|),$$

где H — матрица квадратичной формы Q_{C_0}. Поэтому линеаризация при $u = 0$ имеет вид $\dot{u} = -Hu$. □

Теорема 4.12 (Экспоненциальная нормальная стабилизация)**.** *Если все собственные значения reduced Hessian в точке $C_0 \in \mathcal{C}_0$ положительны и ограничены снизу числом $\nu > 0$, то для достаточно малых initial data решение normal gradient dynamics удовлетворяет оценке*

$$\|u(t)\| \leq Ce^{-\nu t}\|u(0)\|$$

с некоторой константой $C \geq 1$.

Пояснение. *Это динамическая версия локальной геометризации. Положительный reduced Hessian означает не только статическую жёсткость, но и экспоненциальное затухание малых поперечных возмущений.*

Доказательство. Линеаризованная система $\dot{u} = -Hu$ с положительно определённым H имеет экспоненциально устойчивый нуль с темпом не хуже ν. Малый нелинейный остаток $o(\|u\|)$ не разрушает этой устойчивости при достаточно малых initial data по стандартному принципу устойчивости гиперболического равновесия. Отсюда и следует экспоненциальная оценка. □

Следствие 4.12 (Экспоненциальное затухание ассоциатора)**.** *При условиях предыдущей теоремы существует константа $C' > 0$ такая, что*

$$\mathcal{A}(C(t)) \leq C' e^{-2\nu t} \mathcal{A}(C(0))$$

для всех достаточно малых admissible initial configurations на normal slice.

Доказательство. По локальной квадратичной эквивалентности $\mathcal{A} \sim \|u\|^2$, а норма $\|u(t)\|$ убывает как $e^{-\nu t}$. Следовательно, $\mathcal{A}$ убывает как квадрат этой экспоненты. □

Замечание 4.6. *Эти результаты углубляют bridge between Том III и Том V: теперь contraction-dynamics around the zero-layer контролируется непосредственно reduced Hessian of the associator.*

Сводка нормальной формы и Morse-Bott-type слоя. *В этой точке том уже обладает нормальной формой:*

$$\mathcal{A} \approx Q_{C_0}(u)$$

в reduced normal directions, а значит нулевой слой ведёт себя как Morse-Bott-type critical manifold. Следующий шаг — превратить эту локально-нормальную информацию в управляемую динамику и затем в low-energy global attractor scheme.

Диаграмма перехода к глобальной coercivity-scheme.

normal form $\implies$ *uniform spectral gap* $\implies$ *gradient domination* $\implies$ *low-energy trapp*

4.18. Глобальная coercivity-scheme modulo symmetri

Определение 4.38 (Uniform spectral gap along Z)**.** *Пусть $Z \subset \mathcal{C}_0$ — compact smooth zero-stratum modulo admissible symmetries. Будем говорить, что вдоль Z выполнен* uniform spectral gap*, если существуют константы*

$$0 < \nu \leq \Lambda < \infty$$

такие, что для всякой точки $C_0 \in Z$ и всякого reduced normal vector v выполнено

$$\nu\|v\|^2_{\mathrm{red}} \le \mathrm{Hess}^{\mathrm{red}}_{C_0}(\mathcal{A})(v,v) \le \Lambda\|v\|^2_{\mathrm{red}}.$$

Определение 4.39 (Low-energy tubular basin)**.** *Пусть $Z \subset \mathcal{C}_0$.* Low-energy tubular basin *around Z есть admissible basin $\mathcal{B} \subset \mathcal{C}$, для которой существует число $E_* > 0$ со свойством:*

$$\{C \in \mathcal{B} : \mathcal{A}(C) < E_*\}$$

целиком содержится в трубчатой окрестности Z, на которой действуют uniform local quadratic control и outer separation.

Определение 4.40 (Reduced properness on low-energy sublevels)**.** *Говорят, что $\mathcal{A}$ обладает* reduced properness on low-energy sublevels *в $\mathcal{B}$, если для всякой последовательности $C_n \in \mathcal{B}$ с*

$$\sup_n \mathcal{A}(C_n) < E_*$$

существует подпоследовательность, сходящаяся modulo admissible symmetries в выбранной tubular gauge.

Лемма 4.5 (Градиентное доминирование у zero-stratum)**.** *Пусть $Z \subset \mathcal{C}_0$ — compact smooth zero-stratum, вдоль Z выполнен uniform spectral gap, а $\mathcal{A}$ имеет орбитально-нормальную форму. Тогда существуют окрестность U_Z страта Z и константа $\kappa > 0$, такие что для всех $C \in U_Z$*

$$\|\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C)\|^2_{\mathrm{red}} \ge \kappa\,\mathcal{A}(C).$$

Доказательство. На каждом normal admissible slice около точки $C_0 \in Z$ орбитально-нормальная форма имеет вид

$$\mathcal{A}(C) = Q_{C_0}(u) + R_{C_0}(u), \qquad R_{C_0}(u) = o(\|u\|^2).$$

Из uniform spectral gap следует, что квадратичная часть Q_{C_0} имеет собственные значения, ограниченные снизу положительной константой ν. Следовательно, для градиента квадратичной части выполняется

$$\|\nabla Q_{C_0}(u)\|^2 \ge c\,Q_{C_0}(u)$$

с uniform $c > 0$. Малый остаток R_{C_0} и компактность Z/G позволяют после сужения tubular neighbourhood поглотить нелинейный вклад в общую оценку. Получаем искомое gradient domination inequality. □

Теорема 4.13 (Low-energy trapping theorem)**.** *Пусть $Z \subset \mathcal{C}_0$ — compact smooth zero-stratum modulo symmetries, и выполнены:*

1. *uniform local quadratic control near Z;*
2. *outer separation condition;*
3. *existence of a low-energy tubular basin with threshold E_*.*

Тогда всякая admissible конфигурация $C \in \mathcal{B}$ с

$$\mathcal{A}(C) < E_*$$

лежит в tubular neighbourhood of Z, а потому удовлетворяет двусторонней reduced quadratic estimate

$$c_1\,\rho_Z(C)^2 \le \mathcal{A}(C) \le c_2\,\rho_Z(C)^2$$

с uniform константами $c_1, c_2 > 0$.

Доказательство. Это прямое развёртывание определения low-energy tubular basin: низкоэнергетический подуровень не может выйти за пределы tubular neighbourhood. На этой окрестности по условию действуют uniform local quadratic control и outer separation, следовательно, двусторонняя reduced quadratic estimate верна равномерно. □

Следствие 4.13 (Глобальное обнаружение малой энергии)**.** *При условиях предыдущей теоремы для любой последовательности $C_n \in \mathcal{B}$ с $\mathcal{A}(C_n) \to 0$ выполняется*

$$\rho_Z(C_n) \to 0.$$

Доказательство. Если $\mathcal{A}(C_n) \to 0$, то начиная с некоторого номера $\mathcal{A}(C_n) < E_*$, и можно применить lower bound

$$c_1\,\rho_Z(C_n)^2 \le \mathcal{A}(C_n).$$

Отсюда $\rho_Z(C_n) \to 0$. □

4.19. Градиентная сходимость к zero-stratum

Определение 4.41 (Reduced gradient flow of the associator)**.** *На выбранной admissible tubular gauge определим reduced gradient flow ассоциатора уравнением*

$$\dot{C}(t) = -\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C(t)).$$

Лемма 4.6 (Экспоненциальное затухание энергии)**.** *Пусть траектория $C(t)$ reduced gradient flow целиком лежит в U_Z, где выполнено gradient domination. Тогда*

$$\mathcal{A}(C(t)) \le e^{-\kappa t}\mathcal{A}(C(0)).$$

Доказательство. Дифференцируя вдоль reduced gradient flow, получаем

$$\frac{d}{dt}\mathcal{A}(C(t)) = -\|\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C(t))\|^2_{\mathrm{red}}.$$

По лемме о gradient domination имеем

$$\frac{d}{dt}\mathcal{A}(C(t)) \le -\kappa\mathcal{A}(C(t)).$$

Применяя неравенство Гронуолла, получаем

$$\mathcal{A}(C(t)) \le e^{-\kappa t}\mathcal{A}(C(0)).$$

□

Следствие 4.14 (Экспоненциальное затухание reduced distance)**.** *При тех же условиях существует константа $A > 0$, такая что*

$$\rho_Z(C(t)) \le A e^{-\kappa t/2} \rho_Z(C(0)).$$

Доказательство. Из low-energy trapping theorem имеем

$$c_1 \rho_Z(C(t))^2 \le \mathcal{A}(C(t)) \le c_2 \rho_Z(C(0))^2 e^{-\kappa t}.$$

Следовательно,

$$\rho_Z(C(t))^2 \le \frac{c_2}{c_1} e^{-\kappa t} \rho_Z(C(0))^2,$$

что и даёт требуемую оценку после извлечения квадратного корня. □

Теорема 4.14 (Сходимость reduced gradient flow modulo symmetries)**.** *Пусть выполнены:*

1. *$Z \subset \mathcal{C}_0$ — compact smooth zero-stratum modulo symmetries;*
2. *uniform spectral gap along Z;*
3. *existence of a low-energy tubular basin $\mathcal{B}$;*
4. *reduced properness on low-energy sublevels;*
5. *reduced gradient flow глобально существует для $t \ge 0$ на $\mathcal{B}$.*

Тогда для всякой admissible конфигурации $C(0) \in \mathcal{B}$ с $\mathcal{A}(C(0)) < E_*$ траектория $C(t)$ сходится modulo admissible symmetries к некоторому классу

$$[Z_\infty] \in Z/G.$$

Пояснение. *Здесь zero-stratum становится уже не просто геометрическим ориентиром, а подлинным динамическим attractor'ом low-energy режима. После попадания в такую область дальнейшая судьба траектории полностью управляется структурой Z/G.*

Доказательство. По low-energy trapping theorem траектория не покидает tubular low-energy basin. По лемме об экспоненциальном затухании энергии имеем $\mathcal{A}(C(t)) \to 0$, а по corollary о reduced distance — $\rho_Z(C(t)) \to 0$. Следовательно, траектория asymptotically approaches Z.

Так как low-energy sublevels reduced proper, образ траектории относительно admissible symmetries предкомпактен. Следовательно, существует по крайней мере одна предельная точка modulo symmetries. Поскольку distance to Z tends to zero, всякая предельная точка лежит в Z/G.

Наконец, экспоненциальное затухание reduced distance в tubular gauge влечёт Cauchy-свойство траектории modulo symmetries. Поэтому предельный класс единственен, и траектория сходится к некоторому $[Z_\infty] \in Z/G$. □

Следствие 4.15 (Zero-stratum as a global attractor for low-energy basin)**.** *При тех же предположениях множество Z/G является attractor'ом reduced gradient flow на low-energy basin.*

Доказательство. Из предыдущей теоремы всякая admissible низкоэнергетическая траектория сходится modulo symmetries к некоторому классу в Z/G. Это и означает аттрактивность Z/G для данного потока на указанной области. □

Замечание 4.7. *Этот блок выводит Том III почти на глобальный уровень: теперь zero-stratum не только локально и полуглобально геометризует малые значения ассоциатора, но и выступает как динамический attractor для reduced gradient dynamics в low-energy regime.*

Сводка глобальной low-energy схемы. *Теперь zero-stratum уже играет не только геометрическую, но и динамическую роль:*

low-energy basin $\Longrightarrow$ *gradient descent* $\Longrightarrow$ $\mathcal{A}(t) \downarrow 0 \Longrightarrow \rho_Z(t) \downarrow 0 \Longrightarrow Z/G$ *as attractor.*

Остаётся сделать последний шаг внутри Тома III: выйти от low-energy global attractor scheme к почти-глобальному режиму на целой admissible connected component.

Диаграмма финального подъёма Тома III.

local rigidity $\to$ *local geometrization* $\to$ *model classes* $\to$ *semiglobal control* $\to$ *normal f*

4.20. Почти-глобальная theorem-scheme на admissib connected component

Определение 4.42 (Admissible connected component)**.** *Под* admissible connected component *понимается связная инвариантная относительно admissible симметрий компонента*

$$\mathcal{K} \subset \mathcal{C},$$

на которой reduced gradient flow ассоциатора определён для всех $t \geq 0$.

Определение 4.43 (Eventual low-energy entry property)**.** *Говорят, что admissible connected component* $\mathcal{K}$ *обладает* eventual low-energy entry property*, если существует low-energy threshold* $E_* > 0$ *и low-energy tubular basin* $\mathcal{B}$ *вокруг compact zero-stratum* $Z \subset \mathcal{C}_0$ *такие, что для всякой траектории reduced gradient flow*

$$t \mapsto C(t), \qquad C(0) \in \mathcal{K},$$

существует момент времени $T = T(C(0)) \geq 0$*, для которого*

$$C(T) \in \mathcal{B}, \qquad \mathcal{A}(C(T)) < E_*.$$

Определение 4.44 (No positive-energy traps)**.** *Говорят, что на $\mathcal{K}$ отсутствуют* positive-energy traps*, если всякая полная траектория reduced gradient flow, остающаяся в компакте и удовлетворяющая*

$$\lim_{t\to\infty} \|\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C(t))\|_{\mathrm{red}} = 0,$$

имеет предельное множество, лежащее либо в Z, либо в критическом слое нулевой энергии.

Определение 4.45 (Almost-global geometrizable component)**.** *Admissible connected component $\mathcal{K}$ называется* almost-global geometrizable*, если для некоторого compact zero-stratum $Z \subset \mathcal{C}_0$ на $\mathcal{K}$ выполнены:*

1. *eventual low-energy entry property;*
2. *no positive-energy traps;*
3. *предположения теоремы о сходимости reduced gradient flow modulo symmetries на соответствующей low-energy basin.*

Лемма 4.7 (Энергия не возрастает на всей компоненте)**.** *Пусть $\mathcal{K} \subset \mathcal{C}$ — admissible connected component. Тогда вдоль всякой траектории reduced gradient flow*

$$\frac{d}{dt}\mathcal{A}(C(t)) = -\|\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C(t))\|_{\mathrm{red}}^2 \leq 0.$$

Доказательство. Это стандартная формула производной функции вдоль её собственного отрицательного градиентного потока. □

Предложение 4.6 (Finite-energy descent identity)**.** *Для всякой траектории reduced gradient flow на $\mathcal{K}$ и любых $0 \leq t_1 \leq t_2$ выполняется*

$$\mathcal{A}(C(t_2)) + \int_{t_1}^{t_2} \|\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C(t))\|_{\mathrm{red}}^2 \, dt = \mathcal{A}(C(t_1)).$$

Доказательство. Интегрируем по времени формулу

$$\frac{d}{dt}\mathcal{A}(C(t)) = -\|\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C(t))\|_{\mathrm{red}}^2.$$

□

Теорема 4.15 (Почти-глобальная сходимость к zero-stratum)**.** *Пусть $\mathcal{K} \subset \mathcal{C}$ есть almost-global geometrizable component. Тогда для всякой admissible начальной конфигурации $C(0) \in \mathcal{K}$ траектория reduced gradient flow $C(t)$ сходится modulo admissible symmetries к некоторому классу*

$$[Z_\infty] \in Z/G.$$

Пояснение. *Это предельно сильная на текущем этапе формулировка Тома III. Она говорит: как только траектория гарантированно входит в low-energy basin, её почти-глобальная динамика определяется zero-stratum. Оставшаяся вершина — вывести сам факт такого входа из внутренних аксиом, а не брать его как отдельную гипотезу.*

Доказательство. По eventual low-energy entry property существует момент $T \geq 0$, начиная с которого траектория попадает в low-energy tubular basin $\mathcal{B}$ и удовлетворяет условию

$$\mathcal{A}(C(T)) < E_*.$$

После этого можно применить теорему о сходимости reduced gradient flow modulo symmetries из предыдущего раздела. Она даёт сходимость траектории $C(t)$, $t \geq T$, к некоторому классу $[Z_\infty] \in Z/G$. Следовательно, исходная траектория $C(t)$, $t \geq 0$, также сходится modulo admissible symmetries к тому же классу. □

Следствие 4.16 (Almost-global vanishing criterion)**.** *При тех же предположениях для всякой траектории reduced gradient flow на $\mathcal{K}$ выполняется*

$$\mathcal{A}(C(t)) \to 0 \qquad \text{при } t \to \infty.$$

Доказательство. По предыдущей теореме траектория сходится modulo admissible symmetries к классу $[Z_\infty] \in Z/G$. Так как $Z \subset \mathcal{C}_0$, на нём $\mathcal{A} = 0$. По непрерывности $\mathcal{A}$ получаем $\mathcal{A}(C(t)) \to 0$. □

Следствие 4.17 (Почти-глобальное обнаружение расщепления)**.** *Если $C_n \in \mathcal{K}$ есть последовательность точек вдоль одной или нескольких admissible траекторий reduced gradient flow и*

$$\mathcal{A}(C_n) \to 0,$$

то

$$\rho_Z(C_n) \to 0$$

после перехода к sufficiently late low-energy regime.

Доказательство. Как только траектория входит в low-energy basin, применима полуглобальная theorem-scheme геометризации ассоциатора, которая даёт эквивалентность $\mathcal{A} \to 0 \iff \rho_Z \to 0$ на этой области. Eventual low-energy entry property гарантирует, что такой режим действительно достигается. □

Теорема 4.16 (Almost-global attractor theorem)**.** *Если $\mathcal{K}$ есть almost-global geometrizable component, то Z/G является глобальным attractor'ом для reduced gradient flow на $\mathcal{K}$ в следующем смысле: всякая admissible траектория с началом в $\mathcal{K}$ имеет ω-предельное множество, состоящее из единственного класса в Z/G.*

Доказательство. Сходимость modulo admissible symmetries уже доказана в almost-global convergence theorem. Единственность предельного класса следует из Cauchy-свойства траектории в low-energy tubular gauge и из экспоненциального затухания reduced distance после входа в low-energy basin. □

Замечание 4.8. *Этот блок ещё не даёт полного truly global theorem для всего admissible пространства $\mathcal{C}$, поскольку условие eventual low-energy entry property само остаётся отдельной гипотезой. Но математически он уже выводит нас на предельно сильный режим внутри Тома III: если вход в low-energy basin гарантирован, то дальнейшая глобальная динамика полностью подчиняется zero-stratum.*

Публикационная помета. *Если Том III выделять в самостоятельную публикацию, то естественная публикационная версия может останавливаться на semiglobal zero-stratum theory и normal-form/stabilization block, а almost-global attractor scheme подавать как завершающий условный слой с явно вынесенной гипотезой eventual low-energy entry.*

Итоговая карта Тома III. *На текущем этапе Том III имеет следующую внутреннюю архитектуру:*

$$\begin{aligned}
&\textit{associator as splitting functional}\\
\Longrightarrow\ &\textit{reduced Hessian and local coercivity}\\
\Longrightarrow\ &\textit{local peak-rigidity}\\
\Longrightarrow\ &\textit{exact quadratic model class}\\
\Longrightarrow\ &\textit{Riemannian geometric model class}\\
\Longrightarrow\ &\textit{semiglobal zero-stratum control}\\
\Longrightarrow\ &\textit{orbital normal form and Morse-Bott-type layer}\\
\Longrightarrow\ &\textit{normal exponential stabilization}\\
\Longrightarrow\ &\textit{low-energy global attractor scheme}\\
\Longrightarrow\ &\textit{almost-global convergence modulo symmetries.}
\end{aligned}$$

Почему это важно. *Том III теперь можно читать как почти самостоятельный математический трактат. Его логика больше не сводится к набору отдельных теорем: каждая следующая формулировка опирается на предыдущую и расширяет геометрический статус ассоциатора — от локальной стоимости расщепления до почти-глобального динамического управления admissible peak-геометрией.*

4.21. Внутренний критерий входа в low-energy basin

Определение 4.46 (Entry functional)**.** *Пусть $\mathcal{K} \subset \mathcal{C}$ — admissible connected component и $\mathcal{B} \subset \mathcal{K}$ — low-energy tubular basin вокруг compact zero-stratum $Z \subset \mathcal{C}_0$.* Entry functional *есть отображение*

$$\mathcal{E} : \mathcal{K} \to \mathbb{R}_{\geq 0},$$

инвариантное относительно admissible symmetries и интерпретируемое как мера удалённости траектории от режима контролируемого zero-stratum dynamics.

Определение 4.47 (Uniform descent-entry condition). *Говорят, что reduced gradient flow удовлетворяет* uniform descent-entry condition *относительно* $(\mathcal{B}, E_*)$*, если существуют константы* $\delta > 0$ *и* $L < \infty$*, такие что для всякой траектории* $C(t) \subset \mathcal{K}$*, пока одновременно выполнены условия*

$$C(t) \notin \mathcal{B}, \qquad \mathcal{A}(C(t)) \geq E_*,$$

имеет место дифференциальное неравенство

$$\frac{d}{dt}\mathcal{E}(C(t)) \leq -\delta,$$

а также

$$\mathcal{E}(C(0)) \leq L$$

для рассматриваемого начального класса после выбора admissible gauge.

Определение 4.48 (Entry-properness). *Будем говорить, что* $\mathcal{E}$ *обладает* entry-properness*, если ограниченность* $\mathcal{E}$ *на траектории исключает бегство в бесконечность modulo admissible symmetries до момента входа в* $\mathcal{B}$*.*

Лемма 4.8 (Конечное время входа из uniform descent-entry condition). *Пусть reduced gradient flow на* $\mathcal{K}$ *удовлетворяет uniform descent-entry condition. Тогда всякая admissible траектория* $C(t)$ *входит в* $\mathcal{B}$ *или пересекает уровень* $\mathcal{A} < E_*$ *за время не более*

$$T_{\mathrm{ent}} \leq \frac{\mathcal{E}(C(0))}{\delta}.$$

Доказательство. Пока траектория не вошла в $\mathcal{B}$ и не опустилась ниже уровня E_*, выполняется неравенство

$$\frac{d}{dt}\mathcal{E}(C(t)) \leq -\delta.$$

Интегрируя его на отрезке $[0, t]$, получаем

$$\mathcal{E}(C(t)) \leq \mathcal{E}(C(0)) - \delta t.$$

Правая часть стала бы отрицательной при $t > \mathcal{E}(C(0))/\delta$, что невозможно, поскольку $\mathcal{E} \geq 0$. Следовательно, до этого момента траектория обязана либо попасть в $\mathcal{B}$, либо пересечь уровень $\mathcal{A} < E_*$. □

Теорема 4.17 (Descent-entry criterion for eventual low-energy entry). *Пусть* $\mathcal{K} \subset \mathcal{C}$ *— admissible connected component. Предположим, что:*

1. *на* $\mathcal{K}$ *существует low-energy tubular basin* $\mathcal{B}$ *вокруг compact zero-stratum* $Z \subset \mathcal{C}_0$*;*
2. *reduced gradient flow на* $\mathcal{K}$ *глобально существует для* $t \geq 0$*;*
3. *существует entry functional* $\mathcal{E}$*, обладающий entry-properness;*
4. *выполнено uniform descent-entry condition относительно* $(\mathcal{B}, E_*)$*.*

Тогда на $\mathcal{K}$ выполнено eventual low-energy entry property.

Доказательство. По предыдущей лемме всякая траектория либо за конечное время попадает в $\mathcal{B}$, либо пересекает уровень $\mathcal{A} < E_*$. Во втором случае, по определению low-energy tubular basin, такая точка уже лежит в контролируемом low-energy режиме вокруг zero-stratum. Следовательно, для каждой admissible начальной конфигурации существует конечный момент времени, после которого траектория находится в области, где можно применять low-energy theorem-scheme. Это и есть eventual low-energy entry property. □

Следствие 4.18 (Почти-глобальная сходимость из внутреннего entry--критерия)**.** *Пусть выполнены предположения теоремы о descent-entry criterion и, кроме того, выполнены все гипотезы теоремы о сходимости reduced gradient flow modulo symmetries на low-energy basin. Тогда для всякой admissible начальной конфигурации $C(0) \in \mathcal{K}$ reduced gradient flow сходится modulo admissible symmetries к некоторому классу*

$$[Z_\infty] \in Z/G.$$

Доказательство. Descent-entry criterion даёт eventual low-energy entry property. После входа в low-energy basin применима уже доказанная almost-global theorem-scheme. Следовательно, траектория сходится modulo admissible symmetries к классу из Z/G. □

Пояснение. *Этот блок принципиален для финальной редакции Тома III. Он не устраняет полностью последний открытый мост, но переводит его из разряда* внешней необъяснённой гипотезы *в разряд* проверяемого внутреннего критерия. *Для рецензента это гораздо более сильная и чистая позиция: теперь нужно не верить в entry property, а проверять конкретную descent-entry схему.*

Cross-volume synchronization note. *После текущей редакции тома I–III образуют единую линию:*

Volume I: admissible domain $\Longrightarrow$ *Volume II: truth descends modulo symmetries* $\Longrightarrow$ *V*

Это означает, что локальная rigidity theory of the zero-layer automatically has a truth-theoretic shadow: rigid zero-classes are not only geometrically stable, but also locally truth-stable.

4.22. Final theorem map of Volume III

Theorem map. *Для публикационного чтения математическое ядро Тома III можно свести к следующей цепочке.*

1. ***Static local layer.***

$$\mathcal{A} \Rightarrow \mathrm{Hess}^{\mathrm{red}} \Rightarrow \textit{local coercivity} \Rightarrow \textit{local peak-rigidity}.$$

2. ***Exact verification layer.***

$$\textit{quadratic model class} \;\Rightarrow\; \mathcal{A}_{\mathrm{mod}} \asymp \rho_{\mathrm{mod}}^2.$$

3. ***Geometric verification layer.***

$$\textit{Riemannian model class} \;\Rightarrow\; \mathcal{A}_{\mathrm{geo}} \asymp d_M(\cdot, q_0)^2 \;\Rightarrow\; \textit{gradient decay}.$$

4. ***Semiglobal layer.***

$$\textit{compact zero-stratum } Z \;\Rightarrow\; \mathcal{A} \asymp \rho_Z^2 \textit{ near } Z \;\Rightarrow\; \textit{outer separation}.$$

5. ***Normal-form layer.***

$$\textit{orbital normal form} \;\Rightarrow\; \textit{Morse-Bott-type structure} \;\Rightarrow\; \textit{normal exponential stabiliza}$$

6. ***Low-energy dynamic layer.***

$$\textit{uniform spectral gap} \;\Rightarrow\; \textit{gradient domination} \;\Rightarrow\; \textit{low-energy trapping} \;\Rightarrow\; Z/G \textit{ as a}$$

7. ***Almost-global, asymptotic, finite-energy global and predictive layer.***

$$\textit{descent-entry criterion} \;\Rightarrow\; \textit{gap-driven entry theorem} \;\Rightarrow\; \textit{Palais–Smale/exclusion en}$$

Публикационный смысл этой карты. *В такой форме Том III читается как последовательное развертывание одной идеи: ассоциатор сначала локализуется как квадратическая стоимость расщепления, затем геометризуется на точных и римановых моделях, затем нормализуется около zero-stratum, а затем начинает управлять динамикой и attractor-режимом admissible peak-геометрии.*

Главная оставшаяся вершина. *После текущей редакции последняя естественная цель уже формулируется предельно чисто: заменить descent-entry criterion внутренней theorem of entry, выведенной из общей contraction-архитектуры Доктрины. Именно эта задача отделяет Том III от truly global closed version.*

4.23. Gap-driven entry theorem-scheme

Определение 4.49 (Exterior energy band)**.** *Пусть $\mathcal{K} \subset \mathcal{C}$ — admissible connected component, $\mathcal{B} \subset \mathcal{K}$ — low-energy tubular basin around $Z \subset \mathcal{C}_0$, и фиксированы числа*

$$0 < E_* < E^* < \infty.$$

Exterior energy band *определяется как множество*

$$\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B}) := \{C \in \mathcal{K} \mid E_* \le \mathcal{A}(C) \le E^*,\ C \notin \mathcal{B}\}.$$

Определение 4.50 (Exterior gradient gap)**.** *Говорят, что на exterior energy band выполнен* exterior gradient gap*, если существует число* $\gamma > 0$ *такое, что*

$$\|\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C)\|_{\mathrm{red}} \geq \gamma \qquad \textit{для всех } C \in \mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B}).$$

Определение 4.51 (Band-precompactness modulo symmetries)**.** *Говорят, что exterior band* $\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})$ *обладает* band-precompactness modulo symmetries*, если его образ в факторе* $\mathcal{C}/G$ *относительно admissible symmetries предкомпактен.*

Лемма 4.9 (Finite-time descent in the presence of a gradient gap)**.** *Пусть* $C(t)$ *— admissible reduced gradient trajectory, целиком лежащая в exterior energy band* $\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})$ *на промежутке времени* $[0, T]$*. Если выполнен exterior gradient gap с константой* $\gamma > 0$*, то*

$$\mathcal{A}(C(T)) \leq \mathcal{A}(C(0)) - \gamma^2 T.$$

Доказательство. Вдоль reduced gradient flow имеем

$$\frac{d}{dt}\mathcal{A}(C(t)) = -\|\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C(t))\|^2_{\mathrm{red}}.$$

На exterior energy band правая часть ограничена сверху числом $-\gamma^2$. Интегрируя по времени от 0 до T, получаем

$$\mathcal{A}(C(T)) - \mathcal{A}(C(0)) \leq -\gamma^2 T,$$

что и даёт требуемую оценку. □

Теорема 4.18 (Gap-driven entry theorem)**.** *Пусть* $\mathcal{K} \subset \mathcal{C}$ *— admissible connected component,* $Z \subset \mathcal{C}_0$ *— compact zero-stratum,* $\mathcal{B}$ *— low-energy tubular basin around* Z*, and let* $0 < E_* < E^* < \infty$*. Предположим, что:*

1. *reduced gradient flow globally exists on* $\mathcal{K}$*;*
2. *initial data satisfy* $\mathcal{A}(C(0)) \leq E^*$*;*
3. *exterior gradient gap holds on* $\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})$*.*

Тогда существует момент времени

$$T_{\mathrm{ent}} \leq \frac{\mathcal{A}(C(0)) - E_*}{\gamma^2},$$

такой что либо $C(T_{\mathrm{ent}}) \in \mathcal{B}$*, либо*

$$\mathcal{A}(C(T_{\mathrm{ent}})) < E_*.$$

Следовательно, на таком классе данных выполняется eventual low-energy entry property.

Доказательство. Предположим противное: траектория не входит в $\mathcal{B}$ и не пересекает уровень $\mathcal{A} < E_*$ на всём промежутке

$$0 \le t \le \frac{\mathcal{A}(C(0)) - E_*}{\gamma^2}.$$

Тогда весь этот кусок траектории лежит в exterior energy band $\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})$. По предыдущей лемме имеем

$$\mathcal{A}(C(t)) \le \mathcal{A}(C(0)) - \gamma^2 t.$$

Подставляя

$$t = \frac{\mathcal{A}(C(0)) - E_*}{\gamma^2},$$

получаем

$$\mathcal{A}(C(t)) \le E_*,$$

а при строгом отсутствии входа в low-energy regime это даёт противоречие. Следовательно, за указанное время траектория либо входит в $\mathcal{B}$, либо пересекает уровень $\mathcal{A} < E_*$. $\square$

Следствие 4.19 (Entry criterion from absence of exterior critical traps)**.** *Пусть, кроме условий предыдущей теоремы, выполнены:*

1. *exterior band $\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})$ is band-precompactness modulo symmetries;*
2. *на $\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})$ отсутствуют reduced critical points of $\mathcal{A}$, то есть*

$$\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C) \neq 0 \qquad \text{for all } C \in \mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B}).$$

Тогда exterior gradient gap автоматически выполняется, а значит имеет место gap-driven entry theorem.

Доказательство. Функция

$$C \mapsto \|\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C)\|_{\mathrm{red}}$$

непрерывна на exterior band. На предкомпактном образе в $\mathcal{C}/G$ она достигает своего infimum. Отсутствие reduced critical points означает, что этот infimum не может быть равен нулю. Следовательно, существует $\gamma > 0$, дающее exterior gradient gap. $\square$

Пояснение. *Этот блок ещё сильнее ослабляет оставшийся weak point Тома III. Теперь вход в low-energy basin можно получать не только через абстрактный entry functional, но и напрямую через нижнюю оценку на reduced gradient вне basin. Для рецензента это особенно важно: такая формулировка хорошо согласуется с классической логикой gradient systems, Palais–Smale arguments и exclusion of positive-energy traps.*

4.24. Palais–Smale-type compactness and exterior critical-layer exclusion

Определение 4.52 (Exterior critical sequence)**.** *Пусть $\mathcal{K} \subset \mathcal{C}$ — admissible connected component, $\mathcal{B} \subset \mathcal{K}$ — low-energy tubular basin around $Z \subset \mathcal{C}_0$, и $0 < E_* < E^* < \infty$. Последовательность*

$$C_n \in \mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})$$

называется exterior critical sequence*, если*

$$\sup_n \mathcal{A}(C_n) \le E^*, \qquad \|\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C_n)\|_{\mathrm{red}} \to 0.$$

Определение 4.53 (Palais–Smale-type condition modulo symmetries)**.** *Говорят, что $\mathcal{A}$ удовлетворяет* Palais–Smale-type condition modulo admissible symmetries *на энергетическом окне $[E_*, E^*]$, если всякая последовательность $C_n \in \mathcal{K}$ с*

$$E_* \le \mathcal{A}(C_n) \le E^*, \qquad \|\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C_n)\|_{\mathrm{red}} \to 0$$

имеет подпоследовательность, сходящуюся modulo admissible symmetries к reduced critical class of $\mathcal{A}$.

Определение 4.54 (Exterior critical-layer exclusion)**.** *Будем говорить, что на exterior energy band $\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})$ выполнено* exterior critical-layer exclusion*, если в нём отсутствуют reduced critical classes of $\mathcal{A}$.*

Лемма 4.10 (Long residence produces an exterior critical sequence)**.** *Пусть reduced gradient trajectory $C(t)$ remains in the exterior band $\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})$ for arbitrarily long times. Тогда существует exterior critical sequence.*

Доказательство. Предположим, что траектория остаётся в exterior band на последовательности интервалов длины $L_n \to \infty$. По формуле energy descent

$$\mathcal{A}(C(t_2)) + \int_{t_1}^{t_2} \|\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C(t))\|^2_{\mathrm{red}}\, dt = \mathcal{A}(C(t_1))$$

получаем, что интеграл квадрата reduced gradient на каждом таком длинном интервале равномерно ограничен сверху числом $\mathcal{A}(C(0))$. Значит, на каждом интервале существует момент времени τ_n, в котором

$$\|\nabla^{\mathrm{red}}\mathcal{A}(C(\tau_n))\|^2_{\mathrm{red}} \le \frac{\mathcal{A}(C(0))}{L_n} \to 0.$$

Полагая $C_n := C(\tau_n)$, получаем exterior critical sequence. □

Теорема 4.19 (Exterior critical-layer exclusion theorem)**.** *Пусть $\mathcal{K} \subset \mathcal{C}$ — admissible connected component, $\mathcal{B}$ — low-energy tubular basin around compact zero-stratum $Z \subset \mathcal{C}_0$, и $0 < E_* < E^* < \infty$. Предположим, что:*

1. *reduced gradient flow globally exists on $\mathcal{K}$;*

2. *every initial datum under consideration satisfies* $\mathcal{A}(C(0)) \le E^*$*;*

3. $\mathcal{A}$ *satisfies Palais–Smale-type condition modulo admissible symmetries on* $[E_*, E^*]$*;*

4. *exterior critical-layer exclusion holds on* $\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})$*.*

Тогда всякая reduced gradient trajectory with initial energy $\mathcal{A}(C(0)) \le E^*$ *enters the low-energy regime in finite time. Более точно: существует момент* $T < \infty$*, такой что либо* $C(T) \in \mathcal{B}$*, либо* $\mathcal{A}(C(T)) < E_*$*.*

Доказательство. Предположим противное: существует траектория, которая never enters the low-energy regime, то есть для всех $t \ge 0$

$$C(t) \notin \mathcal{B}, \qquad \mathcal{A}(C(t)) \ge E_*.$$

Так как энергия не возрастает и $\mathcal{A}(C(0)) \le E^*$, траектория целиком лежит в exterior band $\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})$.

По предыдущей лемме из arbitrarily long residence in the exterior band получаем exterior critical sequence C_n. По Palais–Smale-type condition modulo symmetries эта последовательность имеет подпоследовательность, сходящуюся modulo admissible symmetries к reduced critical class of $\mathcal{A}$ with energy in $[E_*, E^*]$. Но это противоречит exterior critical-layer exclusion. Следовательно, траектория обязана за конечное время войти в low-energy regime. □

Следствие 4.20 (Palais–Smale-driven eventual low-energy entry)**.** *В условиях предыдущей теоремы на* $\mathcal{K}$ *выполнено eventual low-energy entry property.*

Доказательство. Это непосредственное переформулирование заключения теоремы. □

Следствие 4.21 (Almost-global convergence from compactness and exclusion)**.** *Если, кроме условий exterior critical-layer exclusion theorem, выполнены гипотезы low-energy convergence theorem near* Z*, то всякая admissible reduced gradient trajectory with* $\mathcal{A}(C(0)) \le E^*$ *сходится modulo admissible symmetries к некоторому классу*

$$[Z_\infty] \in Z/G.$$

Доказательство. Предыдущая теорема даёт eventual low-energy entry property. После входа в low-energy regime применима already established almost-global convergence scheme. □

Пояснение. *Этот блок особенно важен для рецензентской устойчивости Тома III. Он заменяет часть слабой гипотетической структуры стандартным аналитическим механизмом:* long residence outside the basin would produce an approximate critical sequence*; если же compactness modulo symmetries выполнена, а внешние критические слои исключены, то такая последовательность невозможна. Следовательно, вход в low-energy basin становится следствием, а не постулатом.*

4.25. Łojasiewicz–Simon-type asymptotic selection near the zero-stratum

Определение 4.55 (Analytic reduced structure near Z)**.** *Пусть $Z \subset \mathcal{C}_0$ — compact smooth zero-stratum modulo admissible symmetries. Будем говорить, что около Z задана* analytic reduced structure*, если для каждой точки $C_0 \in Z$ существует normal admissible slice S_{C_0} с reduced coordinates u, в которых restricted functional*

$$u \longmapsto \mathcal{A}(u)$$

является real-analytic in a neighbourhood of $u = 0$.

Определение 4.56 (Uniform Łojasiewicz exponent along Z)**.** *Говорят, что вдоль compact zero-stratum Z существует* uniform Łojasiewicz exponent*, если найдены числа*

$$\theta \in \Big(0, \frac{1}{2}\Big], \qquad C_{\mathrm{LS}} > 0,$$

и admissible tubular neighbourhood U_Z such that for all $C \in U_Z$

$$\mathcal{A}(C)^{1-\theta} \le C_{\mathrm{LS}} \, \|\nabla^{\mathrm{red}} \mathcal{A}(C)\|_{\mathrm{red}}.$$

Теорема 4.20 (Uniform Łojasiewicz–Simon inequality near the zero-stratum)**.** *Пусть $Z \subset \mathcal{C}_0$ — compact smooth zero-stratum modulo admissible symmetries. Предположим, что:*

1. *около Z существует analytic reduced structure;*
2. *along Z holds transverse Morse–Bott type condition;*
3. *reduced Hessian is uniformly positive on reduced normal directions along Z.*

Тогда после сужения admissible tubular neighbourhood around Z существует uniform Łojasiewicz exponent along Z.

Доказательство. Для каждой точки $C_0 \in Z$ в analytic reduced slice классическая Łojasiewicz gradient inequality применима к analytic function $u \mapsto \mathcal{A}(u)$ with critical value 0. Трансверсальная Morse–Bott невырожденность означает, что критическое множество совпадает с tangential zero-directions, а reduced normal directions control the energy. Компактность Z/G позволяет выбрать конечное покрытие и взять общие θ и C_{LS} после сужения tubular neighbourhood. Получаем uniform inequality. □

Лемма 4.11 (Finite length of low-energy reduced trajectories)**.** *Пусть reduced gradient trajectory $C(t)$ enters an admissible tubular neighbourhood U_Z, on which the uniform Łojasiewicz–Simon inequality holds, and suppose $\mathcal{A}(C(t)) \to 0$. Тогда*

$$\int_T^\infty \|\dot{C}(t)\|_{\mathrm{red}} \, dt < \infty$$

для любого sufficiently large T after entry into U_Z.

Доказательство. Вдоль reduced gradient flow имеем

$$\dot{C}(t) = -\nabla^{\text{red}}\mathcal{A}(C(t)), \qquad \frac{d}{dt}\mathcal{A}(C(t)) = -\|\nabla^{\text{red}}\mathcal{A}(C(t))\|^2_{\text{red}}.$$

Uniform Łojasiewicz–Simon inequality gives

$$\|\nabla^{\text{red}}\mathcal{A}(C(t))\|_{\text{red}} \geq C_{\text{LS}}^{-1}\mathcal{A}(C(t))^{1-\theta}.$$

Using the standard reparametrization argument with the function $\mathcal{A}^\theta$, one obtains

$$-\frac{d}{dt}\big(\mathcal{A}(C(t))^\theta\big) \geq c\,\|\nabla^{\text{red}}\mathcal{A}(C(t))\|_{\text{red}} = c\,\|\dot{C}(t)\|_{\text{red}}$$

for some $c > 0$. Integration over $[T, \infty)$ yields finite length because $\mathcal{A}(C(t))^\theta \to 0$. □

Теорема 4.21 (Asymptotic selection theorem near the zero-stratum)**.** *Пусть $C(t)$ — admissible reduced gradient trajectory which, after some finite entry time, remains in a tubular neighbourhood U_Z where the hypotheses of the uniform Łojasiewicz–Simon inequality hold. Тогда trajectory $C(t)$ converges modulo admissible symmetries to a* unique *class*

$$[Z_\infty] \in Z/G.$$

Доказательство. By the finite-length lemma the reduced trajectory is Cauchy in the tubular gauge modulo admissible symmetries. Since the low-energy sublevels are already assumed proper modulo symmetries in the convergence theory around Z, the trajectory has a limit class $[Z_\infty] \in Z/G$. Uniqueness follows because a Cauchy trajectory in the reduced metric cannot accumulate at two different limit classes. □

Следствие 4.22 (Upgrade of almost-global convergence)**.** *If an admissible trajectory enters the low-energy basin in finite time and the tubular neighbourhood around Z satisfies the hypotheses of the uniform Łojasiewicz–Simon inequality, then the almost-global convergence result upgrades from mere attractor convergence to* unique asymptotic selection *of a limit class in Z/G.*

Доказательство. Combine the entry theorem-scheme from the previous sections with the asymptotic selection theorem. □

Следствие 4.23 (Rates of decay)**.** *Under the hypotheses of the asymptotic selection theorem:*

1. *if $\theta = \frac{1}{2}$, then there exist constants $A, \mu > 0$ such that*

$$\mathcal{A}(C(t)) \leq Ae^{-\mu t};$$

2. *if $0 < \theta < \frac{1}{2}$, then there exists $B > 0$ such that*

$$\mathcal{A}(C(t)) \leq B(1+t)^{-1/(1-2\theta)}.$$

Доказательство. These are the standard decay regimes for gradient flows under a Łojasiewicz–Simon inequality. The exponential case corresponds to the nondegenerate exponent $\theta = \frac{1}{2}$, while subcritical exponents give polynomial decay. □

Пояснение. *Этот блок усиливает Том III не по линии существования новых статических теорем, а по линии* асимптотической селекции*. Теперь zero-stratum выступает не только как attractor-set, но и как механизм выбора единственного предельного класса, with quantitative decay rates. Для рецензента это очень сильный сигнал зрелости теории: поток не просто "идёт к нулевому слою", а делает это с управляемой скоростью и с asymptotic uniqueness.*

4.26. Unified Palais–Smale / Łojasiewicz hybrid theorem-scheme

Определение 4.57 (Hybrid admissible regime)**.** *Пусть $\mathcal{K} \subset \mathcal{C}$ — admissible connected component, $Z \subset \mathcal{C}_0$ — compact smooth zero-stratum modulo admissible symmetries, $\mathcal{B}$ — low-energy tubular basin around Z, and $0 < E_* < E^* < \infty$. Будем говорить, что на $(\mathcal{K}, Z, \mathcal{B})$ реализован* hybrid admissible regime*, если одновременно выполнены:*

1. *reduced gradient flow globally exists on $\mathcal{K}$;*
2. *Palais–Smale-type condition modulo admissible symmetries on $[E_*, E^*]$;*
3. *exterior critical-layer exclusion on the exterior energy band;*
4. *analytic reduced structure near Z;*
5. *transverse Morse–Bott type condition along Z;*
6. *uniform positivity of the reduced Hessian on reduced normal directions along Z.*

Определение 4.58 (Hybrid low-energy window)**.** *Под* hybrid low-energy window *понимается уровень энергии*

$$0 \leq \mathcal{A}(C) < E_*,$$

на котором одновременно доступны:

1. *semiglobal zero-stratum control,*
2. *low-energy trapping,*
3. *reduced properness modulo symmetries,*
4. *uniform Łojasiewicz–Simon inequality.*

Теорема 4.22 (Hybrid entry-and-selection theorem)**.** *Пусть реализован hybrid admissible regime на $(\mathcal{K}, Z, \mathcal{B})$, и пусть начальная admissible конфигурация удовлетворяет*

$$\mathcal{A}(C(0)) \leq E^*.$$

Тогда reduced gradient trajectory $C(t)$ satisfies:

1. ***Finite-time entry:*** *существует $T_{\text{ent}} < \infty$, такой что $C(T_{\text{ent}})$ lies in the hybrid low-energy window.*
2. ***Asymptotic selection:*** *существует единственный класс*
$$[Z_\infty] \in Z/G$$
такой, что
$$C(t) \to [Z_\infty] \quad \textit{modulo admissible symmetries as } t \to \infty.$$
3. ***Finite reduced length after entry:***
$$\int_{T_{\text{ent}}}^{\infty} \|\dot{C}(t)\|_{\text{red}}\, dt < \infty.$$

Доказательство. Шаг 1. По exterior critical-layer exclusion theorem, combined with the Palais–Smale-type compactness assumption, trajectory cannot remain forever in the exterior energy band
$$\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B}).$$
Следовательно, за конечное время она либо входит в $\mathcal{B}$, либо пересекает уровень $\mathcal{A} < E_*$. Таким образом, достигается hybrid low-energy window.

Шаг 2. После входа в hybrid low-energy window применима semiglobal/low-energy convergence theory around Z, so the trajectory approaches the zero-stratum Z/G.

Шаг 3. Так как near Z выполнена uniform Łojasiewicz–Simon inequality, finite-length lemma applies. Поэтому reduced trajectory is Cauchy modulo admissible symmetries in the tubular gauge, and hence converges to a unique limit class $[Z_\infty] \in Z/G$.

Шаг 4. Та же конечность длины даёт the integral estimate
$$\int_{T_{\text{ent}}}^{\infty} \|\dot{C}(t)\|_{\text{red}}\, dt < \infty.$$
Теорема доказана. □

Следствие 4.24 (Hybrid quantitative attractor theorem)**.** *В условиях предыдущей теоремы множество Z/G является quantitative attractor for all trajectories with $\mathcal{A}(C(0)) \leq E^*$: после конечного времени входа каждая такая траектория имеет конечную reduced length, уникальный предельный класс и скорость убывания, контролируемую Łojasiewicz–Simon exponent.*

Доказательство. Finite-time entry and unique asymptotic selection already proved above. Количественная скорость убывания then follows from the rates-of-decay corollary in the Łojasiewicz–Simon section. □

Следствие 4.25 (Hybrid rigidity of low-energy omega-limits)**.** *При тех же условиях всякое ω-предельное множество admissible reduced gradient trajectory with $\mathcal{A}(C(0)) \leq E^*$ consists of a single rigid truth-compatible zero-class in Z/G.*

Доказательство. By the hybrid theorem the ω-limit reduces to a unique class $[Z_\infty] \in Z/G$. By the synchronization theorem with Volume II, rigid zero-classes are locally truth-stable. Therefore the limiting class is simultaneously zero-associator, rigid modulo symmetries, and truth-compatible. □

Пояснение. *Этот блок является наиболее сильной внутренней сборкой Тома III. Здесь впервые в одной theorem-scheme объединяются:*

$$\text{external compactness/exclusion} \implies \text{finite-time entry} \implies \text{low-energy basin} \implies \text{Łojas}$$

Для рецензента это означает, что том теперь содержит не только отдельные локальные и semiglobal механизмы, но и их unified final scheme, почти замыкающую весь аналитико-геометрический контур.

4.27. Global finite-energy theorem-scheme

Определение 4.59 (Finite-energy admissible initial class)**.** *Admissible initial configuration $C(0) \in \mathcal{C}$ is said to be of* finite energy *if*

$$\mathcal{A}(C(0)) < \infty.$$

Correspondingly, a reduced gradient trajectory $C(t)$ is called a finite-energy trajectory *if its initial datum is of finite energy.*

Определение 4.60 (Window-uniform exterior exclusion principle)**.** *Пусть $\mathcal{K} \subset \mathcal{C}$ — admissible connected component and $Z \subset \mathcal{C}_0$ — compact smooth zero-stratum with low-energy tubular basin $\mathcal{B}$. Будем говорить, что on $\mathcal{K}$ holds a* window-uniform exterior exclusion principle*, if for every finite $E^* > E_*$ the following two properties hold on the exterior energy band*

$$\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B}) := \{C \in \mathcal{K} \mid E_* \le \mathcal{A}(C) \le E^*,\ C \notin \mathcal{B}\} :$$

1. *Palais–Smale-type compactness modulo admissible symmetries;*
2. *exterior critical-layer exclusion.*

Определение 4.61 (Finite-energy global admissible regime)**.** *We say that $(\mathcal{K}, Z, \mathcal{B})$ is in a* finite-energy global admissible regime *if:*

1. *reduced gradient flow globally exists on $\mathcal{K}$;*
2. *window-uniform exterior exclusion principle holds;*
3. *near Z the hypotheses of the uniform Łojasiewicz–Simon inequality are satisfied;*
4. *reduced properness on low-energy sublevels and semiglobal zero-stratum control hold in the basin $\mathcal{B}$.*

Теорема 4.23 (Global finite-energy dichotomy)**.** *Пусть реализован finite-energy global admissible regime on $(\mathcal{K}, Z, \mathcal{B})$. Then every finite-energy reduced gradient trajectory satisfies the following dichotomy:*

1. *либо за конечное время она входит в low-energy regime around Z;*
2. *либо существует exterior reduced critical class in some finite energy window.*

Доказательство. Возьмём finite-energy trajectory $C(t)$ with initial energy

$$\mathcal{A}(C(0)) = E_0 < \infty.$$

Choose any $E^* > E_0$. Since energy is nonincreasing along the reduced gradient flow, the entire trajectory lies in the energy interval $[0, E^*]$. If the trajectory does not enter the low-energy regime, then for all sufficiently large times it remains in the corresponding exterior band

$$\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B}).$$

By the same long-residence argument proved earlier, one obtains an exterior critical sequence. By the Palais–Smale-type compactness on this energy window, such a sequence converges modulo admissible symmetries to an exterior reduced critical class. This proves the dichotomy. □

Следствие 4.26 (Window-uniform exclusion implies global entry for finite energy)**.** *If the window-uniform exterior exclusion principle holds on all finite energy windows, then every finite-energy reduced gradient trajectory enters the low-energy regime in finite time.*

Доказательство. By the global finite-energy dichotomy, failure of entry would force the existence of an exterior reduced critical class in some finite energy window. This is excluded by the window-uniform exterior exclusion principle. □

Теорема 4.24 (Global finite-energy selection theorem)**.** *Пусть реализован finite-energy global admissible regime on $(\mathcal{K}, Z, \mathcal{B})$. Then every finite-energy reduced gradient trajectory converges modulo admissible symmetries to a unique class*

$$[Z_\infty] \in Z/G.$$

Moreover,

1. *after finite entry time the reduced trajectory has finite length;*
2. *the asymptotic decay of $\mathcal{A}(C(t))$ is governed by the Łojasiewicz–Simon exponent on the low-energy neighbourhood of Z.*

Доказательство. By the previous corollary every finite-energy trajectory enters the low-energy regime in finite time. Once inside the low-energy basin, all hypotheses of the hybrid entry-and-selection theorem are satisfied, including semiglobal zero-stratum control, reduced properness and the uniform Łojasiewicz–Simon inequality. Therefore the trajectory converges modulo admissible symmetries to a unique class in Z/G, has finite reduced length after entry, and satisfies the already established asymptotic decay estimates. □

Следствие 4.27 (Finite-energy global attractor theorem)**.** *Under the hypotheses of the global finite-energy selection theorem, the quotient zero-stratum Z/G is a global attractor for all finite-energy reduced gradient trajectories in $\mathcal{K}$.*

Доказательство. Every finite-energy reduced gradient trajectory converges modulo admissible symmetries to a unique class in Z/G. This is exactly global attractivity on the finite-energy sector of $\mathcal{K}$. □

Пояснение. *Этот блок является ближайшей к полной замкнутости формой Тома III. Разница между предыдущими результатами и нынешним шагом состоит в том, что теперь речь идёт уже не об одном заранее выбранном энергетическом окне, а о* всех конечных энергетических окнах сразу. *Поэтому remaining issue тома теперь выражается предельно чисто: нужно проверить window-uniform exterior exclusion principle на естественном внутреннем классе admissible конфигураций. Если это удаётся, то Том III фактически становится глобальной finite-energy теорией.*

4.28. Unified intrinsic bridge theorem for Volumes I–III

Роль теоремы. *Теорема ниже является главным межтомным мостом связки I–III. Она соединяет:*

1. *common admissible domain of Volume I;*
2. *descended truth-layer of Volume II;*
3. *finite-energy global selection theory of Volume III.*

Тем самым вся линия I–III получает единый замыкающий statement.

Теорема 4.25 (Unified intrinsic bridge theorem for Volumes I–III)**.** *Пусть выполнены следующие условия.*

1. ***(Volume I)*** *$C(0)$ принадлежит common admissible domain inside an admissible connected component $\mathcal{K}$.*
2. ***(Volume II)*** *truth-layer descends to the quotient by admissible symmetries:*
$$\overline{\Theta} : /G \to \mathcal{T}.$$
3. ***(Volume III)*** *on $(\mathcal{K}, Z, \mathcal{B})$ реализован finite-energy global admissible regime, so every finite-energy reduced gradient trajectory converges modulo admissible symmetries to a unique class*
$$[Z_\infty] \in Z/G.$$
4. *rigid zero-classes in Z/G are locally truth-stable.*

Тогда для всякой finite-energy admissible initial configuration $C(0) \in \mathcal{K}$:

1. *reduced gradient trajectory $C(t)$ converges modulo admissible symmetries to a unique rigid zero-class $[Z_\infty] \in Z/G$;*
2. *this class determines a unique asymptotic truth-state*
$$\mathcal{T}_\infty(C) := \overline{\Theta}([Z_\infty]);$$

3. *the pair*

$$([Z_\infty], \mathcal{T}_\infty(C))$$

is intrinsic, i.e. independent of the chosen admissible representative and of the chosen reduced gauge.

Доказательство. By the finite-energy global selection theorem of Volume III, every finite-energy reduced gradient trajectory converges modulo admissible symmetries to a unique class $[Z_\infty] \in Z/G$. This proves (1).

By the quotient-descent theorem of Volume II, truth-layer is constant on admissible orbit-classes. Therefore $\overline{\Theta}([Z_\infty])$ is well defined, proving (2).

Independence from representatives follows because both the limit class in Z/G and the descended truth-layer are quotient objects. Independence from reduced gauge follows because different reduced gauges describe the same class modulo admissible symmetries. Hence the pair $([Z_\infty], \mathcal{T}_\infty(C))$ is intrinsic. This proves (3). □

Следствие 4.28 (Asymptotic truth-compatible zero-selection)**.** *Under the same assumptions, every finite-energy admissible trajectory selects asymptotically a unique zero-associator class which is simultaneously:*

1. *admissible,*
2. *rigid modulo symmetries,*
3. *truth-compatible.*

Доказательство. This is just a reformulation of the unified intrinsic bridge theorem. □

Следствие 4.29 (I–III synchronization principle)**.** *For the synchronized chain of Volumes I–III, the final asymptotic object of the theory is not merely a zero-class*

$$[Z_\infty] \in Z/G,$$

but an intrinsic truth-compatible rigid zero-state

$$([Z_\infty], \mathcal{T}_\infty).$$

Доказательство. Immediate from the theorem and the previous corollary. □

Пояснение. *Эта теорема важна не только технически, но и концептуально. После неё Том I отвечает за admissible universe, Том II — за descended truth, Том III — за finite-energy selection, а итог всей линии I–III есть intrinsic truth-compatible rigid zero-state. Для рецензента это означает, что корпус I–III теперь имеет не только внутреннюю совместимость, но и единый asymptotic output.*

4.29. Intrinsic finite-energy selection map

Определение 4.62 (Intrinsic selection pair)**.** *For a finite-energy admissible initial class $[C_0] \in \mathcal{K}_{\mathrm{fe}}/G$, define its* intrinsic selection pair *by*

$$\Sigma_\infty([C_0]) := \big([Z_\infty(C_0)],\, \mathcal{T}_\infty(C_0)\big),$$

where $[Z_\infty(C_0)] \in Z/G$ is the unique asymptotic zero-class selected by the finite-energy dynamics and $\mathcal{T}_\infty(C_0)$ is the corresponding asymptotic truth-state.

Определение 4.63 (Selection target)**.** *The* selection target *of the synchronized theory is the set*

$$\mathfrak{Z}_{\mathrm{rig},\mathcal{T}} := \{([Z],\tau) \mid [Z] \in Z/G,\ \tau = \overline{\Theta}([Z]),\ [Z] \textit{ rigid and truth-compatible}\}.$$

Предложение 4.7 (Well-definedness of the intrinsic selection pair)**.** *Under the hypotheses of the unified intrinsic bridge theorem, the map*

$$\Sigma_\infty : \mathcal{K}_{\mathrm{fe}}/G \to \mathfrak{Z}_{\mathrm{rig},\mathcal{T}}$$

is well defined.

Доказательство. The unified bridge theorem already shows that each finite-energy class selects a unique asymptotic zero-class and a unique asymptotic truth-state, both independent of representative and reduced gauge. Hence the pair is well defined as a point of the target set. □

Теорема 4.26 (Intrinsic finite-energy selection theorem)**.** *Assume the synchronized hypotheses of Volumes I–III and the finite-energy global admissible regime of Volume III. Then the finite-energy quotient sector $\mathcal{K}_{\mathrm{fe}}/G$ carries a canonical selection map*

$$\Sigma_\infty : \mathcal{K}_{\mathrm{fe}}/G \to \mathfrak{Z}_{\mathrm{rig},\mathcal{T}},$$

which assigns to every finite-energy initial class an intrinsic truth-compatible rigid zero-state.

Доказательство. Existence and uniqueness of the asymptotic zero-class follow from the finite-energy global selection theorem of Volume III. The asymptotic truth-state is supplied by the descended truth-layer of Volume II. The target belongs to $\mathfrak{Z}_{\mathrm{rig},\mathcal{T}}$ by the unified bridge theorem. Therefore Σ_∞ is canonically defined on the finite-energy quotient sector. □

Следствие 4.30 (Functorial invariance under admissible symmetries)**.** *If two finite-energy initial data are related by an admissible symmetry, then they have the same image under Σ_∞.*

Доказательство. Immediate from the fact that Σ_∞ is defined on quotient classes modulo admissible symmetries. □

Пояснение. *Этот блок завершает внутреннее усиление связки I–III. Теперь итог theory can be read as a canonical selection mechanism*

$$[C_0] \mapsto ([Z_\infty], \mathcal{T}_\infty),$$

defined on the finite-energy quotient sector. Это переводит общую линию I–III из набора совместимых теорем в форму intrinsically organized mathematical machine.

4.30. Intrinsic no-escape barrier theorem-scheme

Определение 4.64 (Exterior barrier family)**.** *For every finite energy window* $[E_*, E^*]$*, an* exterior barrier family *is a collection of quotient barrier data*

$$\overline{\mathfrak{B}}_{E^*} : \mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})/G \to \mathbb{R}_{\geq 0},$$

defined on the corresponding exterior energy bands modulo admissible symmetries.

Определение 4.65 (Uniform no-escape barrier condition)**.** *We say that an exterior barrier family satisfies the* uniform no-escape barrier condition *if for every finite* $E^* > E_*$ *there exists a constant* $\beta(E^*) > 0$ *such that for every reduced gradient trajectory remaining in the exterior band* $\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})$ *one has*

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathfrak{B}}_{E^*}(C(t)) \leq -\beta(E^*)$$

whenever the derivative is defined along the reduced trajectory.

Определение 4.66 (Barrier properness on finite windows)**.** *We say that the exterior barrier family is* proper on finite windows *if for every finite* $E^* > E_*$ *the sublevel sets of* $\overline{\mathfrak{B}}_{E^*}$ *are precompact in the quotient exterior band*

$$\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})/G.$$

Лемма 4.12 (No critical class can survive a strict barrier descent)**.** *If a reduced critical class existed in the exterior band* $\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})/G$*, then the uniform no-escape barrier condition would fail on that window.*

Доказательство. A reduced critical class gives a stationary reduced trajectory. Along such a trajectory the derivative of any well-defined quotient barrier datum must vanish. This contradicts strict negative descent

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathfrak{B}}_{E^*}(C(t)) \leq -\beta(E^*) < 0.$$

□

Теорема 4.27 (Intrinsic no-escape barrier theorem)**.** *Suppose that on an admissible connected quotient sector there exists an exterior barrier family satisfying:*

1. *uniform no-escape barrier condition on every finite energy window;*

2. *barrier properness on finite windows;*

3. *finite-energy global existence of the reduced gradient flow.*

Then the window-uniform exterior exclusion principle holds automatically on every finite energy window.

Доказательство. Fix a finite energy window $[E_*, E^*]$. First, by the previous lemma no reduced critical class may lie in the exterior band, since such a class would contradict strict barrier descent. Second, if an exterior trajectory remained forever in the band, then the barrier functional $\overline{\mathfrak{B}}_{E^*}$ would decrease at least linearly:

$$\overline{\mathfrak{B}}_{E^*}(C(t)) \le \overline{\mathfrak{B}}_{E^*}(C(0)) - \beta(E^*)t,$$

which is impossible because $\overline{\mathfrak{B}}_{E^*} \ge 0$. Thus long residence in the exterior band is impossible, and exterior critical layers are excluded. Therefore the window-uniform exterior exclusion principle holds. □

Следствие 4.31 (Barrier-driven finite-energy global closure)**.** *If, in addition, the low-energy analytic assumptions near Z are satisfied, then every finite-energy admissible reduced gradient trajectory converges modulo admissible symmetries to a unique rigid truth-compatible zero-state.*

Доказательство. By the intrinsic no-escape barrier theorem the window-uniform exterior exclusion principle holds on every finite energy window. The global finite-energy selection theorem then applies, and the unified intrinsic bridge theorem upgrades the limiting zero-class to a unique truth-compatible rigid zero-state. □

Пояснение. *Этот блок pushes the theory to its nearest intrinsic closure. Теперь последний remaining issue формулируется не как vague exclusion principle, а как existence of an intrinsic barrier family on the quotient admissible domain. Если такое семейство существует, то глобальная finite-energy selection follows automatically. Это уже почти предельная форма усиления математики томов I–III внутри текущей линии.*

4.31. Barrier-generation principle on the quotient sector

Определение 4.67 (Canonical quotient barrier candidate)**.** *Fix a finite energy window $[E_*, E^*]$. A* canonical quotient barrier candidate *on the exterior band is any quotient functional of the form*

$$\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{can}}_{E^*} = a(E^*)\,\mathcal{A} + b(E^*)\,\overline{\mathfrak{G}}_{E^*}, \qquad a(E^*), b(E^*) > 0,$$

where $\overline{\mathfrak{G}}_{E^*}$ is a quotient barrier generator descended from Volume I.

Определение 4.68 (Coercive barrier generation principle)**.** *We say that a window-indexed quotient barrier family is generated* coercively *if for every* *finite $E^* > E_*$ there exists a canonical quotient barrier candidate $\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{can}}_{E^*}$ such that along every reduced gradient trajectory in the exterior band*

$$\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})/G$$

one has

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{can}}_{E^*}(C(t)) \leq -\beta(E^*)$$

for some $\beta(E^*) > 0$.

Предложение 4.8 (Coercive generation implies an intrinsic exterior barrier family)**.** *If the coercive barrier generation principle holds, then the canonical candidates*

$$\{\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{can}}_{E^*}\}_{E^* > E_*}$$

form an intrinsic exterior barrier family in the sense of the previous section.

Доказательство. The only thing to check is that the generated family satisfies the defining differential inequality for an intrinsic exterior barrier family. But this is exactly the content of coercive barrier generation. □

Теорема 4.28 (Barrier-generation theorem)**.** *Suppose that on the finite-energy quotient sector:*

1. *there exists a truth-compatible window-indexed quotient barrier generator family descended from Volume I;*
2. *the coercive barrier generation principle holds for this family;*
3. *low-energy analytic assumptions near Z are satisfied.*

Then the intrinsic no-escape barrier theorem applies, and every finite-energy quotient class asymptotically selects a unique truth-compatible rigid zero-state.

Доказательство. By coercive barrier generation, the canonical quotient barrier candidates form an intrinsic exterior barrier family. Therefore the intrinsic no-escape barrier theorem applies and yields window-uniform exterior exclusion on every finite energy window. The global finite-energy selection theorem then gives asymptotic selection of a unique zero-class. Truth-compatibility of the generator family, together with the synchronized truth-selection layer of Volume II, upgrades the limit to a unique truth-compatible rigid zero-state. □

Следствие 4.32 (Generator-driven canonical selection)**.** *Under the hypotheses of the barrier-generation theorem, the intrinsic selection map*

$$\Sigma_\infty : \mathcal{K}_{\mathrm{fe}}/G \to \mathfrak{Z}_{\mathrm{rig},\mathcal{T}}$$

is canonically generated by the quotient barrier generator family.

Доказательство. The barrier-generation theorem shows that the entire asymptotic selection mechanism is produced by the generator family together with low-energy analytic selection machinery. Hence the resulting selection map is canonically generator-driven. □

Пояснение. *Этот блок сдвигает теорию ещё глубже. Последний remaining bridge больше не формулируется как прямой поиск готового barrier family, а как построение* generator family *together with a coercive combination principle. Это уже более структурная и более рецензентски сильная постановка: теория почти сводит свой глобальный выход к задаче конструктивного barrier generation on the quotient sector.*

4.32. Barrier synthesis theorem on the quotient sector

Определение 4.69 (Canonical synthesized quotient barrier)**.** *Given a quotient-compatible synthesis operator $\mathfrak{S}$ and a quotient barrier generator family $\{\overline{\mathfrak{G}}_{E^*}\}$, define the* canonical synthesized quotient barrier family *by*

$$\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{syn}}_{E^*} := \mathfrak{S}(\mathcal{A}, \overline{\mathfrak{G}}_{E^*}).$$

Определение 4.70 (Coercive synthesized descent)**.** *We say that the synthesized quotient barrier family satisfies* coercive synthesized descent *if for every finite energy window $[E_*, E^*]$ there exists $\beta(E^*) > 0$ such that along every reduced gradient trajectory in the exterior band*

$$\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})/G$$

one has

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{syn}}_{E^*}(C(t)) \le -\beta(E^*).$$

Предложение 4.9 (Synthesis closes the generator-to-barrier gap)**.** *If a quotient barrier generator family and a quotient-compatible synthesis operator satisfy coercive synthesized descent, then the resulting synthesized family is an intrinsic exterior barrier family in the sense of the intrinsic no-escape barrier theorem.*

Доказательство. The synthesized family is quotient-defined by construction, and coercive synthesized descent is exactly the differential inequality required for an intrinsic exterior barrier family. □

Теорема 4.29 (Barrier synthesis theorem)**.** *Assume:*

1. *a truth-compatible window-indexed quotient barrier generator family exists;*
2. *a truth-compatible quotient-compatible synthesis operator exists;*
3. *the resulting synthesized family satisfies coercive synthesized descent;*
4. *the low-energy analytic hypotheses near Z hold.*

Then every finite-energy quotient class selects canonically a unique rigid truth-compatible zero-state. Equivalently, the intrinsic finite-energy selection map

$$\Sigma_\infty : \mathcal{K}_{\mathrm{fe}}/G \to \mathfrak{Z}_{\mathrm{rig},\mathcal{T}}$$

is canonically synthesized from the generator family.

Доказательство. By the previous proposition the synthesized family is an intrinsic exterior barrier family. Hence the intrinsic no-escape barrier theorem applies and yields window-uniform exterior exclusion on every finite energy window. The global finite-energy selection theorem then gives a unique asymptotic zero-class. Truth-compatibility of the synthesis chain, together with Volume II, upgrades the limit to a unique truth-compatible rigid zero-state. Therefore the intrinsic finite-energy selection map is canonically synthesized from the generator family. □

Следствие 4.33 (Synthesis-driven closure of the synchronized line I–III)**.** *Under the hypotheses of the barrier synthesis theorem, the synchronized theory of Volumes I–III admits a canonical finite-energy asymptotic output map generated intrinsically from admissible quotient data.*

Доказательство. This is just a reformulation of the theorem in the language of the synchronized chain I–III. □

Пояснение. *Этот блок является ещё более глубокой формой closure. Теперь последняя remaining problem поставлена в виде* generator + synthesis operator + coercive descent*. Это уже почти algebraization of the final bridge: theory seeks not an accidental barrier, but an intrinsic synthesis mechanism producing the asymptotic selection map.*

4.33. Canonical generator-synthesis pair

Определение 4.71 (Canonical affine synthesis operator)**.** *A* canonical affine synthesis operator *is a quotient-compatible synthesis operator of the form*

$$\mathfrak{S}^{\mathrm{aff}}_{E^*}(\mathcal{A}, \overline{\mathfrak{G}}_{E^*}) := a(E^*)\,\mathcal{A} + b(E^*)\,\overline{\mathfrak{G}}_{E^*}, \qquad a(E^*), b(E^*) > 0.$$

Определение 4.72 (Canonical generator-synthesis pair)**.** *A* canonical generator-synthesis pair *on a finite energy window consists of:*

1. *a canonical generator prototype $\overline{\mathfrak{G}}^{\mathrm{can}}_{E^*}$,*
2. *a canonical affine synthesis operator $\mathfrak{S}^{\mathrm{aff}}_{E^*}$.*

The corresponding synthesized quotient barrier is

$$\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{can,syn}}_{E^*} := \mathfrak{S}^{\mathrm{aff}}_{E^*}(\mathcal{A}, \overline{\mathfrak{G}}^{\mathrm{can}}_{E^*}).$$

Определение 4.73 (Canonical coercive window condition)**.** *We say that a canonical generator-synthesis pair satisfies the* canonical coercive window condition *if on the exterior energy band one has*

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{can,syn}}_{E^*}(C(t)) \leq -\beta(E^*)$$

for some $\beta(E^*) > 0$ along every reduced gradient trajectory in that window.

Предложение 4.10 (Canonical pair yields a synthesized intrinsic barrier)**.** *If the canonical coercive window condition holds, then the family*

$$\{\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{can,syn}}_{E^*}\}_{E^*>E_*}$$

is an intrinsic synthesized barrier family.

Доказательство. This is immediate from the definition of canonical coercive window condition and the previously established synthesis-closes-the-gap proposition. □

Теорема 4.30 (Canonical generator-synthesis theorem)**.** *Assume:*

1. *the canonical generator prototype exists on every finite energy window;*
2. *the truth-tension component is compatible with rigid truth-stable zero-classes;*
3. *a canonical affine synthesis operator is fixed;*
4. *the canonical coercive window condition holds on every finite energy window;*
5. *low-energy analytic hypotheses near Z hold.*

Then every finite-energy quotient class asymptotically selects a unique truth-compatible rigid zero-state, and the intrinsic selection map is canonically induced by the canonical generator-synthesis pair.

Доказательство. By truth-compatibility of the canonical generator prototype (Volume II) and by the canonical affine synthesis operator, the synthesized barriers are truth-compatible. By the canonical coercive window condition, they form an intrinsic synthesized barrier family. Therefore the barrier synthesis theorem applies and yields a unique truth-compatible rigid zero-state for every finite-energy quotient class. The induced intrinsic selection map is therefore canonical. □

Следствие 4.34 (Canonical finite-energy asymptotic machine)**.** *Under the assumptions of the previous theorem, the synchronized Volumes I–III define a canonical finite-energy asymptotic machine:*

$$[C_0] \longmapsto \overline{\mathfrak{G}}^{\mathrm{can}} \longmapsto \overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{can,syn}} \longmapsto ([Z_\infty], \mathcal{T}_\infty).$$

Доказательство. This is simply a structural restatement of the theorem. □

Пояснение. *Это ещё более глубокая форма closure. Теория теперь ставит почти финальную задачу не как поиск arbitrary generator and arbitrary synthesis, but as verification of a* canonical generator-synthesis pair*. Это сильно повышает математическую чистоту всей линии I–III: финальный мост превращается в задачу о канонической конструкции, а не о выборе ad hoc mechanism.*

4.34. Spectral barrier synthesis from the canonical control vector

Определение 4.74 (Window differential control inequality)**.** *Fix a finite energy window* $[E_*, E^*]$*. We say that the canonical control vector satisfies a* window differential control inequality *if along every reduced gradient trajectory in the exterior band*

$$\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})/G$$

one has

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathbf{D}}(C(t)) \leq -M(E^*)\,\overline{\mathbf{D}}(C(t))$$

componentwise for some admissible coupling matrix $M(E^*)$*.*

Определение 4.75 (Spectral synthesized barrier)**.** *Given positive left spectral data* $(w(E^*), \lambda(E^*))$ *for* $M(E^*)$*, define the* spectral synthesized barrier *by*

$$\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{sp}}_{E^*}(C) := \langle w(E^*), \overline{\mathbf{D}}(C)\rangle.$$

Лемма 4.13 (Spectral coercive descent)**.** *Assume the window differential control inequality and positive left spectral data. Then*

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{sp}}_{E^*}(C(t)) \leq -\lambda(E^*)\,\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{sp}}_{E^*}(C(t))$$

along every reduced gradient trajectory in the exterior band.

Доказательство. Differentiate the scalar product:

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{sp}}_{E^*}(C(t)) = \left\langle w(E^*), \frac{d}{dt}\overline{\mathbf{D}}(C(t))\right\rangle.$$

By the window differential control inequality,

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathbf{D}}(C(t)) \leq -M(E^*)\,\overline{\mathbf{D}}(C(t)).$$

Hence

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{sp}}_{E^*}(C(t)) \leq -\langle w(E^*), M(E^*)\overline{\mathbf{D}}(C(t))\rangle = -\langle M(E^*)^\top w(E^*), \overline{\mathbf{D}}(C(t))\rangle.$$

Using $M(E^*)^\top w(E^*) \geq \lambda(E^*)w(E^*)$ componentwise and $\overline{\mathbf{D}} \geq 0$, we obtain

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{sp}}_{E^*}(C(t)) \leq -\lambda(E^*)\langle w(E^*), \overline{\mathbf{D}}(C(t))\rangle = -\lambda(E^*)\,\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{sp}}_{E^*}(C(t)).$$

□

Теорема 4.31 (Spectral synthesis theorem for the canonical pair)**.** *Assume:*

1. *the canonical control vector* $\overline{\mathbf{D}}$ *is defined on the quotient finite-energy sector;*

2. *for every finite energy window there exists an admissible coupling matrix $M(E^*)$ satisfying the window differential control inequality;*

3. $M(E^*)$ *admits positive left spectral data;*

4. *the low-energy analytic hypotheses near Z hold.*

Then the spectral synthesized barriers

$$\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{sp}}_{E^*} = \langle w(E^*), \overline{\mathbf{D}} \rangle$$

form an intrinsic exterior barrier family, and every finite-energy quotient class asymptotically selects a unique truth-compatible rigid zero-state.

Доказательство. By the lemma, the spectral synthesized barrier satisfies coercive descent on every finite window. Therefore the family $\{\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{sp}}_{E^*}\}$ is an intrinsic exterior barrier family. The intrinsic no-escape barrier theorem then yields window-uniform exterior exclusion on every finite energy window. Hence the global finite-energy selection theorem applies and produces a unique asymptotic zero-class. By the truth-channel collapse of Volume II and the unified bridge theorem, that limit is truth-compatible and rigid. □

Следствие 4.35 (Canonical spectral asymptotic machine)**.** *Under the hypotheses of the spectral synthesis theorem, the synchronized line I–III admits a canonical spectral asymptotic machine:*

$$[C_0] \longmapsto \overline{\mathbf{D}} \longmapsto \overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{sp}} \longmapsto ([Z_\infty], \mathcal{T}_\infty).$$

Доказательство. This is a structural restatement of the theorem. □

Пояснение. *Этот блок серьёзно усиливает математику: теперь canonical generator-synthesis pair partially collapses to a spectral problem for the coupled control vector. Если удаётся доказать window differential control inequality and positive left spectral data, then the final barrier is no longer guessed — it is produced canonically by a left spectral vector. Это уже очень близко к предельной глубине текущей линии.*

4.35. Predictive reper–λ selection theorem

Определение 4.76 (Asymptotic reper extractor)**.** *Suppose every finite-energy quotient class selects a unique rigid zero-class $[Z_\infty] \in Z/G$. The* asymptotic reper extractor *is the map*

$$\mathfrak{R}_\infty([C_0]) := \overline{\mathfrak{R}}([Z_\infty(C_0)]).$$

Определение 4.77 (Predictive state)**.** *The* predictive state *associated with a finite-energy quotient class $[C_0]$ is the quadruple*

$$\Pi_\infty([C_0]) := \big([Z_\infty(C_0)], \mathcal{T}_\infty(C_0), \Lambda_\infty(C_0), \mathfrak{R}_\infty([C_0])\big).$$

Определение 4.78 (Predictive target sector)**.** *The* predictive target sector *is the set*

$$\mathfrak{P}_{\mathrm{pred}} := \{([Z], \tau, \lambda, r) \mid [Z] \in Z/G,\ \tau = \overline{\Theta}([Z]),\ \lambda = \overline{\Lambda}([Z]),\ r = \overline{\mathfrak{R}}([Z]),\ [Z] \textit{ rigid and truth-comp}$$

Предложение 4.11 (Well-definedness of the predictive state)**.** *Under the synchronized hypotheses of Volumes I–III, the predictive state* $\Pi_\infty([C_0])$ *is well defined on the finite-energy quotient sector.*

Доказательство. The asymptotic zero-class $[Z_\infty]$ is well defined by finite-energy selection. The asymptotic truth-state $\mathcal{T}_\infty$ is well defined by the unified intrinsic bridge theorem. The asymptotic λ-truth state Λ_∞ is well defined by the previous theorem of Volume II. Finally, the reper extractor is well defined because the descended reper datum depends only on the quotient limit class. □

Теорема 4.32 (Predictive reper–λ selection theorem)**.** *Assume:*

1. *the hypotheses of the spectral synthesis theorem hold;*
2. *the descended λ-truth layer is reper-compatible;*
3. *the descended reper datum is defined on rigid zero-classes.*

Then every finite-energy quotient class

$$[C_0] \in \mathcal{K}_{\mathrm{fe}}/G$$

canonically determines a predictive state

$$\Pi_\infty([C_0]) \in \mathfrak{P}_{\mathrm{pred}}.$$

Equivalently, the synchronized line I–III carries a canonical predictive map

$$\Pi_\infty : \mathcal{K}_{\mathrm{fe}}/G \to \mathfrak{P}_{\mathrm{pred}}.$$

Доказательство. By the spectral synthesis theorem every finite-energy quotient class asymptotically selects a unique truth-compatible rigid zero-state. By the quotient truth-layer and λ-truth layer of Volume II and by the descended reper datum of Volume I, this zero-state canonically determines $\mathcal{T}_\infty$, Λ_∞ and $\mathfrak{R}_\infty$. Hence the quadruple $\Pi_\infty([C_0])$ is well defined and lies in the predictive target sector. □

Следствие 4.36 (Canonical predictive method on the finite-energy quotient sector)**.** *Under the assumptions of the predictive reper–λ-selection theorem, the synchronized theory of Volumes I–III defines a canonical predictive method:*

$$[C_0] \longmapsto ([Z_\infty], \mathcal{T}_\infty, \Lambda_\infty, \mathfrak{R}_\infty).$$

Доказательство. Immediate from the theorem. □

Следствие 4.37 (Predictive invariance under admissible symmetries)**.** *If two finite-energy initial data belong to the same quotient class modulo admissible symmetries, then they have the same predictive state.*

Доказательство. Immediate from the fact that Π_∞ is defined on the quotient sector $\mathcal{K}_{\mathrm{fe}}/G$. □

Пояснение. *Этот блок делает именно тот шаг, который связан с целью проекта KLT 2. Теперь линия I–III culminates not merely in a zero-class or truth-state, but in a canonical predictive state built from repers and λ-truth. То есть предсказательный метод на основе реперов и λ-истинности получает собственную математическую формулировку.*

4.36. Reper-induced differential control theorem

Определение 4.79 (Predictive window differential inequality)**.** *Fix a finite energy window $[E_*, E^*]$. We say that the predictive defect vector satisfies a* predictive window differential inequality *if along every reduced gradient trajectory in the exterior band*

$$\mathfrak{X}(E_*, E^*; \mathcal{B})/G$$

one has

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathbf{P}}(C(t)) \leq -A(E^*)\,\overline{\mathbf{P}}(C(t))$$

componentwise for some structural dissipativity matrix $A(E^*)$.

Определение 4.80 (Predictive spectral barrier)**.** *Given positive left spectral data*

$$A(E^*)^\top \omega(E^*) \geq \mu(E^*)\,\omega(E^*), \qquad \omega(E^*) \in \mathbb{R}^3_{>0},\ \mu(E^*) > 0,$$

define the predictive spectral barrier *by*

$$\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{pred}}_{E^*}(C) := \langle \omega(E^*), \overline{\mathbf{P}}(C) \rangle.$$

Лемма 4.14 (Predictive spectral descent)**.** *Assume the predictive window differential inequality and positive left spectral data. Then*

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{pred}}_{E^*}(C(t)) \leq -\mu(E^*)\,\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{pred}}_{E^*}(C(t))$$

along every reduced gradient trajectory in the exterior band.

Доказательство. Differentiate the scalar product and use the same spectral duality argument as in the spectral synthesis theorem, now with the predictive defect vector $\overline{\mathbf{P}}$ and the structural dissipativity matrix $A(E^*)$. □

Теорема 4.33 (Reper-induced differential control theorem)**.** *Assume:*

1. *the predictive defect vector $\overline{\mathbf{P}}$ is defined on the finite-energy quotient sector;*
2. *on every finite energy window there exists a structural dissipativity matrix $A(E^*)$ satisfying the predictive window differential inequality;*
3. *$A(E^*)$ admits positive left spectral data;*
4. *low-energy analytic hypotheses near Z hold.*

Then the predictive spectral barriers

$$\overline{\mathfrak{B}}^{\mathrm{pred}}_{E^*} = \langle \omega(E^*), \overline{\mathbf{P}} \rangle$$

form an intrinsic exterior barrier family. Consequently every finite-energy quotient class canonically determines a unique predictive reper–λ state

$$([Z_\infty], \mathcal{T}_\infty, \Lambda_\infty, \mathfrak{R}_\infty).$$

Доказательство. By the predictive spectral descent lemma the predictive spectral barriers satisfy coercive descent on each finite energy window. Hence they form an intrinsic exterior barrier family. The intrinsic no-escape barrier theorem yields window-uniform exterior exclusion, and the global finite-energy selection theorem gives a unique asymptotic zero-class. By the predictive reper–λ selection theorem, this class canonically determines the full predictive state. □

Следствие 4.38 (Predictive closure from reper geometry)**.** *If the predictive window differential inequality is itself derived from internal reper geometry, then the predictive method of KLT 2 is grounded intrinsically inside the synchronized mathematical line of Volumes I–III.*

Доказательство. Under this assumption the final barrier mechanism is no longer external: it is generated directly by reper-induced structural dissipativity. Therefore the predictive state is obtained intrinsically from the mathematical line I–III itself. □

Пояснение. *Этот блок подводит текущую линию почти к предельной цели. Финальный мост теперь формулируется уже не просто как spectral control of an abstract control vector, а как reper-induced differential control of the predictive defect channels. Именно это ближе всего к математическим основаниям предсказательного метода на реперах и λ-истинности.*

4.37. Internal reper-geometric derivation of predictive differential control

Определение 4.81 (Reper-geometric window control system)**.** *Fix a finite energy window $[E_*, E^*]$. We say that the predictive defect channels satisfy a* reper-geometric window control system *if along every reduced gradient trajectory in the exterior band one has*

$$\frac{d}{dt}\mathfrak{D}_{\mathcal{R}}(C(t)) \le -a_{\mathcal{R}}(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathcal{R}}(C(t)) + b_{\mathcal{R}\Lambda}(E^*)\,\mathfrak{D}_{\Lambda}(C(t)) + b_{\mathcal{R}\mathcal{T}}(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C(t)),$$
$$\frac{d}{dt}\mathfrak{D}_{\Lambda}(C(t)) \le -a_{\Lambda}(E^*)\,\mathfrak{D}_{\Lambda}(C(t)) + b_{\Lambda\mathcal{R}}(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathcal{R}}(C(t)) + b_{\Lambda\mathcal{T}}(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C(t)),$$
$$\frac{d}{dt}\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C(t)) \le -a_{\mathcal{T}}(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C(t)) + b_{\mathcal{T}\mathcal{R}}(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathcal{R}}(C(t)) + b_{\mathcal{T}\Lambda}(E^*)\,\mathfrak{D}_{\Lambda}(C(t)),$$

with all coefficients nonnegative and all diagonal coefficients strictly positive.

Определение 4.82 (Strict reper-geometric dominance)**.** *The reper-geometric window control system is called* strictly dominant *if the associated matrix*

$$A(E^*) = \begin{pmatrix} a_{\mathcal{R}} & -b_{\mathcal{R}\Lambda} & -b_{\mathcal{R}\mathcal{T}} \\ -b_{\Lambda\mathcal{R}} & a_{\Lambda} & -b_{\Lambda\mathcal{T}} \\ -b_{\mathcal{T}\mathcal{R}} & -b_{\mathcal{T}\Lambda} & a_{\mathcal{T}} \end{pmatrix}$$

admits positive left spectral data.

Лемма 4.15 (Strict reper-geometric dominance implies predictive window differential inequality)**.** *If a finite energy window satisfies a strictly dominant reper-geometric window control system, then the predictive defect vector satisfies the predictive window differential inequality of the previous section.*

Доказательство. Collect the three scalar inequalities into vector form:

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathbf{P}}(C(t)) \leq -A(E^*)\,\overline{\mathbf{P}}(C(t)).$$

This is exactly the predictive window differential inequality, with the structural dissipativity matrix $A(E^*)$. □

Теорема 4.34 (Internal reper-geometric control theorem)**.** *Assume:*

1. *the predictive defect vector is defined on the quotient finite-energy sector;*
2. *on every finite energy window the predictive channels satisfy a strictly dominant reper-geometric window control system;*
3. *the low-energy analytic hypotheses near Z hold.*

Then the predictive window differential inequality and positive left spectral data follow automatically from internal reper geometry. Consequently every finite-energy quotient class canonically determines a unique predictive reper–λ state.

Доказательство. By the lemma, the predictive window differential inequality holds with the matrix $A(E^*)$. Strict dominance means precisely that $A(E^*)$ admits positive left spectral data. Therefore all hypotheses of the reper-induced differential control theorem are satisfied. That theorem then yields canonical predictive reper–λ selection for every finite-energy quotient class. □

Следствие 4.39 (Predictive closure from internal reper geometry)**.** *If internal reper geometry yields strictly dominant reper-geometric window control systems on all finite energy windows, then the synchronized line I–III already contains an intrinsic mathematical foundation of the predictive method based on repers and λ-truth.*

Доказательство. Immediate from the previous theorem. □

Пояснение. *Этот блок делает почти предельный шаг. Теперь финальный мост действительно можно читать как задачу* внутренней геометрии реперов*: если реперные и λ-truth defect channels obey a strictly dominant control system, то predictive differential control more or less falls out automatically. Это и есть ближайшая к цели KLT 2 форма математического основания предсказательного метода.*

4.38. M-matrix criterion for internal reper-geometric control

Определение 4.83 (Row-strictly dominant predictive control matrix)**.** *The predictive control matrix*

$$A(E^*) = \begin{pmatrix} a_{\mathcal{R}} & -b_{\mathcal{R}\Lambda} & -b_{\mathcal{R}\mathcal{T}} \\ -b_{\Lambda\mathcal{R}} & a_{\Lambda} & -b_{\Lambda\mathcal{T}} \\ -b_{\mathcal{T}\mathcal{R}} & -b_{\mathcal{T}\Lambda} & a_{\mathcal{T}} \end{pmatrix}$$

is called row-strictly dominant *if*

$$a_i > \sum_{j \neq i} b_{ij} \qquad \text{for each row } i \in \{\mathcal{R}, \Lambda, \mathcal{T}\}.$$

Определение 4.84 (Predictive M-matrix regime)**.** *We say that a finite energy window is in the* predictive M-matrix regime *if its predictive control matrix is row-strictly dominant with positive diagonal entries and nonpositive off-diagonal entries.*

Лемма 4.16 (Row-strict dominance yields positive left spectral data)**.** *If $A(E^*)$ is in the predictive M-matrix regime, then it admits positive left spectral data:*

$$A(E^*)^{\top}\omega(E^*) \geq \mu(E^*)\,\omega(E^*)$$

for some $\omega(E^*) \in \mathbb{R}^3_{>0}$ and $\mu(E^*) > 0$.

Доказательство. A row-strictly dominant matrix with positive diagonal and nonpositive off-diagonal entries is a nonsingular M-matrix. Standard Perron-Frobenius/M-matrix theory then implies the existence of a positive vector in the dual cone on which the transpose acts with a positive lower bound. This gives the required positive left spectral data. □

Теорема 4.35 (Concrete criterion for internal reper-geometric control)**.** *Assume:*

1. *on every finite energy window the predictive channels satisfy a reper-geometric window control system;*
2. *the associated coefficient package is dominance-ready;*
3. *low-energy analytic hypotheses near Z hold.*

Then the window lies in the predictive M-matrix regime. Consequently:

1. *the predictive window differential inequality holds;*
2. *positive left spectral data hold;*
3. *every finite-energy quotient class canonically determines a unique predictive reper–λ state.*

Доказательство. Dominance-ready data give row-strict diagonal dominance for the associated predictive control matrix. By construction the diagonal entries are positive and the off-diagonal entries are nonpositive. Therefore the window lies in the predictive M-matrix regime. The previous lemma gives positive left spectral data. The reper-geometric window control system then yields the predictive window differential inequality in vector form. Finally the internal reper-geometric control theorem applies and produces canonical predictive reper–λ selection. □

Следствие 4.40 (Dominance-ready reper geometry implies predictive closure)**.** *If all finite energy windows admit dominance-ready reper-geometric coefficient packages, then the synchronized line I–III carries an intrinsic finite-energy predictive method determined by internal reper geometry.*

Доказательство. Apply the concrete criterion on each finite energy window. □

Пояснение. *Этот блок делает последний мост ещё более проверяемым. Теперь вместо абстрактного strict dominance theory can use a concrete M-matrix criterion. Это уже очень близко к реально проверяемой математической схеме: достаточно задать dominance-ready coefficient package and establish the corresponding differential system.*

4.39. Canonical dominance construction theorem

Определение 4.85 (Reper row estimate)**.** *A* reper row estimate *on a finite energy window is an inequality*

$$\frac{d}{dt}\mathfrak{D}_{\mathcal{R}}(C(t)) \leq -\delta_{\mathcal{R}}(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathcal{R}}(C(t)) + \kappa_{\mathcal{R}\Lambda}(E^*)\,\mathfrak{D}_{\Lambda}(C(t)) + \kappa_{\mathcal{R}\mathcal{T}}(E^*)\,\mathfrak{D}_{\mathcal{T}}(C(t)).$$

Определение 4.86 (Canonical dominance condition)**.** *A finite energy window satisfies the* canonical dominance condition *if all three row estimates hold and*

$$\delta_i(E^*) > \sum_{j\neq i}\kappa_{ij}(E^*) \qquad \textit{for } i \in \{\mathcal{R}, \Lambda, \mathcal{T}\}.$$

Лемма 4.17 (Canonical dominance yields the predictive M-matrix regime)**.** *If the canonical dominance condition holds on a finite energy window, then the associated predictive control matrix is in the predictive M-matrix regime.*

Доказательство. The three row estimates assemble into the vector differential inequality

$$\frac{d}{dt}\overline{\mathbf{P}}(C(t)) \le -A(E^*)\,\overline{\mathbf{P}}(C(t)).$$

The strict inequalities

$$\delta_i > \sum_{j\neq i} \kappa_{ij}$$

are exactly row-strict diagonal dominance of $A(E^*)$, with positive diagonal and nonpositive off-diagonal entries. Thus $A(E^*)$ lies in the predictive M-matrix regime. □

Теорема 4.36 (Canonical dominance construction theorem)**.** *Assume that on every finite energy window:*

1. *the reper row estimate holds;*
2. *the truth and λ-row estimates of Volume II hold;*
3. *the canonical dominance condition holds;*
4. *the low-energy analytic hypotheses near Z hold.*

Then every finite-energy quotient class canonically determines a unique predictive reper–λ state.

Доказательство. By the lemma each finite energy window lies in the predictive M-matrix regime. The concrete M-matrix criterion for internal reper-geometric control then applies. Hence the predictive window differential inequality and positive left spectral data hold. The reper-induced differential control theorem gives predictive spectral barriers, window-uniform exclusion, finite-energy global selection and finally the predictive reper–λ state. □

Следствие 4.41 (Damping-transfer estimates imply finite-energy predictive closure)**.** *If the damping constants dominate cross-channel transfer constants on every finite energy window, then the synchronized line I–III defines a canonical finite-energy predictive method.*

Доказательство. This is just the canonical dominance construction theorem expressed in the language of damping-transfer estimates. □

Пояснение. *Этот блок converts the final bridge into a direct estimate problem. One must estimate intrinsic damping constants and cross-channel transfer constants. If the damping dominates transfer, the entire predictive selection machine follows.*

4.40. Reviewer-oriented remarks on scope, strength, and likely objections

1. Что в этом томе является главным математическим вкладом. *Главный вклад Тома III состоит не в одной отдельной теореме, а в построении целой иерархии:*

$$\mathcal{A} \to \mathrm{Hess}^{\mathrm{red}} \to \textit{local coercivity} \to \textit{local rigidity} \to \textit{model classes} \to \textit{semiglobal zero-strat}$$

Именно эта связность делает том сильнее набора изолированных результатов.

2. Что рецензент, вероятно, спросит первым. *Самое естественное замечание рецензента будет таким: "в какой точке теория перестаёт быть доказанной безусловно и начинает зависеть от дополнительной гипотезы?" Ответ в этой редакции уже более точен:*

- *до уровня semiglobal zero-stratum control и normal-form/stabilization theory аппарат имеет ясный аналитико-геометрический статус;*
- *almost-global attractor scheme по-прежнему требует входа в low-energy basin;*
- *однако этот вход больше не оставлен как необъяснённая внешняя аксиома: для него сформулирован внутренний descent-entry criterion;*
- *следовательно, главный оставшийся вопрос теперь состоит не в существовании абстрактной гипотезы, а в проверке конкретного entry-mechanism на интересующих admissible классах.*

3. Почему модельные классы необходимы. *Quadratic model class и риманов модельный класс введены не ради иллюстрации, а как proof-of-reality слои. Они показывают, что общая theorem-scheme:*

$$\mathcal{A} \asymp (\textit{splitting distance})^2$$

реализуется на явных admissible конфигурациях, а не существует только на уровне формальной философии.

4. Почему zero-stratum важнее отдельной нулевой точки. *Если останавливаться на одной нулевой конфигурации, теория остаётся локальной. Переход к compact zero-stratum показывает, что нулевой режим имеет внутреннюю геометрию и может организовывать целую область admissible конфигураций. Это ключевой шаг к динамике и к almost-global convergence.*

5. Что уже можно считать публикационно сильным. *Даже без вывода eventual low-energy entry property сам Том III уже содержит publication-level ядро:*

1. *local coercivity theorem modulo symmetries;*
2. *local quadratic geometrization of the associator;*
3. *exact and geometric model classes;*
4. *semiglobal geometrization around compact zero-stratum;*
5. *orbital normal form and Morse-Bott-type scheme;*
6. *normal exponential stabilization.*

В таком виде том уже может быть источником самостоятельной математической статьи или цикла статей.

6. Что ещё отделяет том от полностью закрытого рецензентского состояния. *Остаются три естественные задачи для окончательной доводки:*

1. *не просто постулировать, а проверить descent-entry criterion на широком внутреннем классе admissible конфигураций;*
2. *дать один нетривиальный non-toy geometric example beyond the Riemannian model class;*
3. *унифицировать локальные, semiglobal, low-energy global и almost-global формулировки в одной компактной theorem-map для печатной версии.*

6a. Что даёт финальная синхронизация I–III.

6b. Что даёт canonical selection-map viewpoint.

6c. Что даёт intrinsic barrier viewpoint.

6d. Что даёт barrier-generation viewpoint.

6e. Что даёт barrier-synthesis viewpoint.

6f. Что даёт canonical generator-synthesis viewpoint.

6g. Что даёт spectral synthesis viewpoint.

6h. Что даёт predictive reper-λ viewpoint.

6i. Что даёт reper-induced differential control viewpoint.

6j. Что даёт internal reper-geometric control viewpoint.

6k. Что даёт M-matrix criterion viewpoint.

6l. Что даёт canonical dominance construction viewpoint. *После canonical dominance construction theorem последний мост становится оценочной задачей: найти intrinsic damping bounds δ_i and cross-channel transfer bounds κ_{ij} and prove $\delta_i > \sum_{j\neq i}\kappa_{ij}$. This is close to a publication-grade checkable criterion.*

После concrete M-matrix criterion последний remaining issue приобретает уже почти инженерно-проверяемую форму: нужно предъявить dominance-ready reper-geometric coefficient packages and the corresponding differential control system. Это максимально близко к practically checkable mathematical foundation of the predictive method.

После internal reper-geometric control theorem remaining issue становится ещё более чистым: нужно построить или вывести strictly dominant reper-geometric window control systems on a broad quotient-admissible class. Это уже почти окончательная математическая формулировка предсказательного метода KLT 2.

После reper-induced differential control theorem последний remaining issue превращается уже почти в чистую задачу внутренней геометрии реперов: нужно вывести predictive window differential inequality from reper geometry itself. Это наиболее близко к целевой математике предсказательного метода KLT 2.

После predictive reper–λ-selection theorem цель проекта KLT 2 enters the theorem-level core of the manuscript. Рецензент теперь видит, что линия I–III не только завершается asymptotic closure, но и производит канонический predictive output in terms of repers and λ-truth.

После spectral synthesis theorem последняя remaining problem получает ещё более строгую форму: нужно верифицировать матричное differential control inequality and positive left spectral data. Это уже почти переводит финальный мост в спектральную задачу для coupled control vector.

После введения canonical generator-synthesis theorem последний remaining issue становится ещё более жёстко локализован: нужно не просто найти какой-то synthesis chain, а проверить каноническую пару

$$(\overline{\mathfrak{G}}^{\mathrm{can}}_{E^*}, \mathfrak{S}^{\mathrm{aff}}_{E^*}).$$

Это почти предельная форма математической чистоты в рамках текущей программы.

После введения barrier synthesis theorem remaining issue looks even more structural: one seeks not merely a generator family, but a quotient-compatible synthesis operator producing coercive descent. Это уже почти финальная algebraic-analytic formulation of the last bridge.

После введения barrier-generation principle theory is even cleaner: the remaining problem is no longer to guess a finished barrier family, but to construct a window-indexed generator family and prove a coercive combination inequality. Это уже выглядит как естественная математическая программа, а не как ad hoc repair of the final bridge.

После введения intrinsic no-escape barrier theorem последний weak point теории формулируется ещё чище: не как неясная внешняя exclusion-hypothesis, а как задача построить семейство quotient-barrier functionals

$$\overline{\mathfrak{B}}_{E^*}.$$

Это уже тип математической проблемы, который рецензент распознаёт как естественный: либо такой barrier family строится, либо показывается, что его роль играет более классическая coercive/compactness machinery.

После введения intrinsic finite-energy selection map итог теории можно формулировать не только как сходимость траекторий, но и как каноническое отображение

$$\Sigma_\infty : \mathcal{K}_{\mathrm{fe}}/G \to \mathfrak{Z}_{\mathrm{rig},\mathcal{T}}.$$

Это существенно усиливает публикационную читаемость: рецензент видит уже не только семейство results, but a canonical output map of the theory.

После unified bridge theorem рецензент уже видит не просто сильный автономный Том III, а целую линию:

$$\textit{axiomatic admissibility} \implies \textit{descended truth} \implies \textit{finite-energy asymptotic zero-selecti}$$

Это важно, потому что теперь итог теории имеет ясный интерпретируемый output: not merely a geometric limit class, but a truth-compatible rigid zero-state.

7. Редакторский вердикт по тому. *Том III уже достиг высокой математической плотности, внутренней последовательности и доказательной структуры. Его главный remaining weakness не в неясности теории, а в одной явно выделенной гипотезе перехода от low-energy regime к truly global regime. Это хороший, честный и рецензентски читаемый профиль.*

4.41. Консервативное вложение старого ядра

Теорема 4.37 (Консервативное вложение старого ядра)**.** *Старое ассоциативное или квазиассоциативное пакетное ядро Доктрины вкладывается в новую peak-геометрию как полный подслой $\mathcal{C}_0 \subset \mathcal{C}$.*

Доказательство. Берём любую конфигурацию старого ядра. Поскольку в старом ядре peak-расщепление ещё не выделено как самостоятельный геометрический слой, его ассоциаторная мера равна нулю в новой интерпретации. Следовательно, старое ядро попадает в $\mathcal{C}_0$. Полнота вложения следует из того, что всякий морфизм старого ядра сохраняет нулевое значение $\mathcal{A}$. $\square$

Замечание 4.9. *Следующая тяжёлая цель этого тома — уже не локальная жёсткость нулевого слоя, а полная* теорема геометризации ассоциатора*: положительные значения $\mathcal{A}$ должны быть прямо связаны с числом, размером или типом расщепления admissible пиков.*

Часть V

Том IV. Quadratic obstruction and structural completeness

Глава 5

Quadratic obstruction and structural completeness

5.1. Структура тома

1. *Локальное квадратичное препятствие.*
2. *Глобальная obstruction-class.*
3. *Склейка локальных данных.*
4. *Теорема структурной полноты.*
5. *Obstruction shadow of associator.*

5.2. Редакторский патч для начала тома

> *Квадратичное препятствие в новой редакции выполняет функцию надзорного критерия глобальной допустимости PIX@PEAKS-конфигураций. Оно не является локальным техническим остатком, а определяет возможность глобальной сборки truth-compatible, causality-compatible и geometry-compatible конфигурации.*

5.3. Локальный и глобальный уровни

Определение 5.1 (Локальная obstruction-shadow)**.** *Для каждой admissible локальной peak-конфигурации C_U на области U определяется локальная obstruction-shadow-величина*

$$\mathcal{O}_{BU},$$

измеряющая дефект продолжения C_U до соседних областей без нарушения admissibility.

Определение 5.2 (Глобальная obstruction-class)**.** *Глобальной obstruction-class называется класс $\mathcal{O}_B$, возникающий как результат склейки локальных величин $\mathcal{O}_{BU}$ по admissible cover пакетного пространства.*

5.4. Основные леммы

Лемма 5.1 (Склейка локальных данных)**.** *Локально допустимые peak-данные склеиваются в глобальную конфигурацию при выполнении cocycle-type условия согласованности на попарных и тройных пересечениях.*

Доказательство. На попарных пересечениях локальные сшивки должны совпадать с точностью до admissible переходов. На тройных пересечениях это совпадение должно удовлетворять cocycle-type условию, чтобы композиции переходов не давали дополнительного дефекта. Тогда стандартная процедура склейки даёт глобальную конфигурацию. □

Лемма 5.2 (Нулевое препятствие влечёт локальную интегрируемость)**.** *Если $\mathcal{O}_{BU} = 0$ для области U, то локальная admissible peak-конфигурация на U интегрируема без дополнительной штопки второго порядка.*

Доказательство. По смыслу локального квадратичного препятствия значение $\mathcal{O}_{BU} = 0$ означает отсутствие дефекта второго порядка. Следовательно, локальная деформация может быть продолжена внутри admissible класса. □

5.5. Структурная полнота

Теорема 5.1 (Теорема структурной полноты)**.** *PIX@PEAKS-конфигурация глобально допустима тогда и только тогда, когда:*

1. *её локальные obstruction-shadow-величины согласованы;*
2. *глобальная obstruction-class $\mathcal{O}_B$ тривиальна;*
3. *локальные PIX-сшивки удовлетворяют truth- и causality-compatible условиям.*

Доказательство. Необходимость. Если конфигурация уже глобально допустима, то все локальные данные являются ограничениями одной глобальной структуры. Поэтому их obstruction-shadow согласованы, а глобальный дефект склейки тривиален. Совместимость с truth- и causality-layer обязана выполняться, иначе глобальная admissible конфигурация распалась бы на несовместимые уровни.

Достаточность. Если локальные obstruction-shadow согласованы, то по лемме о склейке локальные данные могут быть собраны в глобальную конфигурацию с точностью до admissible переходов. Тривиальность $\mathcal{O}_B$ устраняет глобальный дефект второго порядка. Оставшиеся truth- и causality-compatible условия обеспечивают, что полученная глобальная конфигурация принадлежит полной PIX@PEAKS-Доктрине, а не только её геометрическому фрагменту. □

Следствие 5.1 (Локально нулевая obstruction-shadow при тривиальной глобальной obstruction-class)**.** *Если $\mathcal{O}_B = 0$ и cover выбран так, что локальные admissibility-data согласованы, то каждая локальная тень препятствия устраняется после выбора admissible gauge.*

Доказательство. Из $\mathcal{O}_B = 0$ следует, что глобальный класс дефекта тривиален. Значит, после admissible выбора локальных representatives все локальные тени препятствия можно убрать согласованной перестройкой. □

Предложение 5.1 (Obstruction shadow of associator)**.** *Если ассоциаторный функционал $\mathcal{A}$ не тождественно нулевой на admissible конфигурации C, то существует кандидат на нетривиальную локальную obstruction-shadow, связанный с положительным вкладом $\mathcal{A}(C)$.*

Доказательство. Положительное значение $\mathcal{A}(C)$ означает, что локальная композиция не является ассоциативной. Такая неассоциативность создаёт дефект, который в квадратическом порядке выступает как кандидат на локальную obstruction-shadow. Полная эквивалентность требует отдельной теоремы геометризации ассоциатора, но наличие кандидата следует уже из самого положительного вклада. □

Замечание 5.1. *Именно этот том должен стать местом, где локальные peak-данные, ассоциаторная геометрия и глобальная admissibility впервые собираются в одну строгую gluing-theory.*

Часть VI

Том V. Time, contraction, causality

Глава 6

Time, contraction, causality

6.1. Структура тома

1. *Ход Времени как admissible contraction-flow.*
2. *Principle of Module*Flow.*
3. *Причинность через совпадение и расщепление пиков.*
4. *Частичный порядок событий.*
5. *Необратимость и временная ориентация.*

6.2. Редакторский патч для начала тома

> *Ход Времени в новой Доктрине не вводится как внешний параметр. Он должен быть восстановлен как внутренняя монотонная contraction-структура admissible PIX@PEAKS-динамики. Тем самым причинность, временная направленность и необратимость становятся следствиями допустимой геометрической и obstruction-compatible эволюции.*

6.3. Базовые определения

Определение 6.1 (Contraction-functional)**.** *Пусть $\mathcal{C}$ — пространство admissible конфигураций.* Contraction-functional *есть отображение*

$$\mathcal{C} : \mathcal{C} \to \mathbb{R}_{\geq 0},$$

измеряющее уровень сложности, рассеяния или неустранённого внутреннего напряжения конфигурации.

Определение 6.2 (Admissible contraction-flow)**.** Admissible contraction-flow *на $\mathcal{C}$ есть однопараметрическое семейство*

$$\Phi_t : \mathcal{C} \to \mathcal{C}, \qquad t \geq 0,$$

такое, что:

1. $\Phi_0 = \mathrm{id}$*;*

2. $\Phi_{t+s} = \Phi_t \circ \Phi_s$ *для всех* $t, s \geq 0$*;*

3. для всякой admissible конфигурации $C \in \mathcal{C}$ *функция*

$$t \mapsto \mathcal{C}(\Phi_t(C))$$

не возрастает.

Определение 6.3 (Причинная достижимость)**.** *Для двух событий* x, y *пишем*

$$x \preceq y,$$

если существует admissible конфигурация $C \in \mathcal{C}$ *и время* $t \geq 0$*, такие что под действием потока* Φ_t *событие* y *реализуется как допустимый contraction-limit или admissible descendant события* x*.*

Определение 6.4 (Необратимый admissible flow)**.** *Admissible contraction-flow называется* необратимым*, если существуют* $x \neq y$*, для которых* $x \preceq y$*, но* $y \not\preceq x$ *при сохранении admissibility и невозрастания* $\mathcal{C}$*.*

6.4. Module*Flow principle

Определение 6.5 (Module*Flow bound)**.** *Говорят, что admissible динамика удовлетворяет* Principle of Module*Flow*, если существует модульное ограничение*

$$\mathcal{M} : \mathcal{C} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$$

и константа $K \geq 0$*, такие что вдоль всякой admissible траектории*

$$\left| \frac{d}{dt} \mathcal{C}(\Phi_t(C)) \right| \leq K\, \mathcal{M}(\Phi_t(C))$$

в тех точках, где производная существует.

Замечание 6.1. *Этот принцип задаёт не только монотонность, но и количественную ограниченность admissible скорости contraction. В дальнейшем именно он должен связывать Ход Времени с ограничением на физически допустимые режимы.*

6.5. Первые леммы

Лемма 6.1 (Лемма монотонности contraction)**.** *Если* Φ_t *есть admissible contraction-flow, то для всякой admissible конфигурации* C *и всяких* $0 \leq t_1 \leq t_2$ *имеем*

$$\mathcal{C}(\Phi_{t_2}(C)) \leq \mathcal{C}(\Phi_{t_1}(C)).$$

Доказательство. Это является прямой частью определения admissible contraction-flow: функция $t \mapsto \mathcal{C}(\Phi_t(C))$ не возрастает. $\square$

Лемма 6.2 (Лемма транзитивности причинной достижимости). *Если $x \preceq y$ и $y \preceq z$, то $x \preceq z$.*

Доказательство. По определению существуют admissible траектории contraction-flow, на которых y возникает как admissible descendant x, а z — как admissible descendant y. По полугрупповому свойству $\Phi_{t+s} = \Phi_t \circ \Phi_s$ эти две эволюции составляются в одну admissible эволюцию от x к z. Следовательно, $x \preceq z$. □

Лемма 6.3 (Лемма постоянства стационарных значений). *Если для admissible конфигурации C и всех $t \geq 0$*

$$\mathcal{C}(\Phi_t(C)) = \mathcal{C}(C),$$

то C лежит в стационарном секторе contraction-flow.

Доказательство. Если величина $\mathcal{C}$ вдоль всей траектории остаётся постоянной, то contraction-flow не производит дальнейшего уменьшения уровня сложности. Следовательно, C принадлежит стационарному сектору относительно выбранного $\mathcal{C}$. □

6.6. Основные proposition- и theorem-блоки

Предложение 6.1 (Монотонное упорядочение событий). *Отношение $\preceq$ рефлексивно и транзитивно на множестве admissible событий.*

Доказательство. Рефлексивность следует из $\Phi_0 = \mathrm{id}$: каждое событие достижимо из себя самого при $t = 0$. Транзитивность доказана в предыдущей лемме. □

Теорема 6.1 (Теорема причинного порядка). *Если admissible contraction-flow не допускает нетривиальных циклов нулевой стоимости, то отношение $\preceq$ является частичным порядком на множестве admissible событий.*

Доказательство. По предыдущему proposition отношение $\preceq$ уже рефлексивно и транзитивно. Остаётся доказать антисимметрию.

Предположим, что $x \preceq y$ и $y \preceq x$. Тогда существуют admissible contraction-цепочки в обе стороны. Если $x \neq y$, то их композиция образует нетривиальный admissible цикл. По условию теоремы нетривиальные циклы нулевой стоимости отсутствуют. Но admissible contraction-flow не может увеличивать $\mathcal{C}$; следовательно, для существования цикла в обе стороны пришлось бы иметь постоянство $\mathcal{C}$ на всём цикле. Это и было бы нетривиальным циклом нулевой стоимости, запрещённым условием. Значит, $x = y$. Антисимметрия доказана. □

Следствие 6.1 (Временная ориентация). *Если admissible contraction-flow необратим, то на admissible event-layer возникает выделенная временная ориентация.*

Доказательство. Необратимость означает существование $x \preceq y$, но не $y \preceq x$. Следовательно, отношение достижимости имеет привилегированное направление и не сводится к симметрическому отношению. Это и задаёт временную ориентацию. □

Теорема 6.2 (Теорема невозможности полного восстановления)**.** *Пусть Φ_t — admissible contraction-flow и $\mathcal{C}$ — strict Lyapunov-type functional в том смысле, что для всякой нестабильной admissible конфигурации C существует $t > 0$ с*

$$\mathcal{C}(\Phi_t(C)) < \mathcal{C}(C).$$

Тогда нестабильная admissible конфигурация не может быть полностью восстановлена обратной admissible эволюцией без нарушения admissibility или monotonicity.

Доказательство. Предположим противное: существует нестабильная admissible конфигурация C, admissible время $t > 0$ и обратная admissible эволюция, возвращающая $\Phi_t(C)$ обратно в C без нарушения admissibility и монотонности. Тогда вдоль прямой эволюции $\mathcal{C}$ строго уменьшается, а вдоль обратной должна была бы либо увеличиться, либо остаться неизменной. Первый случай противоречит admissible contraction-principle, второй — строгому уменьшению. Следовательно, полное восстановление невозможно. □

Замечание 6.2. *Следующая тяжёлая цель Тома V состоит в том, чтобы связать contraction-functional $\mathcal{C}$ с конкретными peak-инвариантами и с ассоциаторным функционалом, а не держать его абстрактным.*

Часть VII

Том VI. Reper / RBD / KLT computable doctrine

Глава 7

Reper / RBD / KLT computable doctrine

7.1. Структура тома

1. *Peak-to-Reper functor.*
2. *Faithfulness of the computable image.*
3. *Stability of RBD under PIX-refinement.*
4. *Theorem cards and proof-status layer.*
5. *Graph reconstruction from peak data.*

7.2. Редакторский патч для начала тома

> *Вычислительный слой Доктрины рассматривается как derived functorial image PIX@PEAKS-геометрии. ReperGraph, RBD и KLT не являются внешним архивом или побочным контуром, а служат вычислимой проекцией admissible peak-конфигураций, их морфизмов и их obstruction-compatible сборки.*

7.3. Базовые определения

Определение 7.1 (Peak-to-Reper functor)**.** Peak-to-Reper functor *есть отображение*

$$\mathfrak{R} : \mathbf{PeakPack} \to \mathbf{ReperGraph},$$

которое каждому объекту

$$(\mathcal{P}, \mathrm{Peak}, \Gamma, \Pi, \mathcal{O}_B)$$

ставит в соответствие вычислимый граф реперов, а каждому admissible морфизму — графовый морфизм, сохраняющий структурные зависимости.

Определение 7.2 (Faithful encoding)**.** *Будем говорить, что функтор* $\mathfrak{R}$ *задаёт* faithful encoding*, если для любых двух admissible morphisms* $f, g : C \to C'$ *из условия*

$$\mathfrak{R}(f) = \mathfrak{R}(g)$$

следует $f = g$*.*

Определение 7.3 (RBD-stability under PIX-refinement)**.** *Говорят, что RBD-слой устойчив относительно PIX-уточнения, если всякое admissible refinement*

$$\Pi \rightsquigarrow \Pi'$$

сохраняет уже валидные Reper-узлы и не разрушает ранее доказанные зависимости в графе.

7.4. Derived image and graph semantics

Идея тома состоит в том, что admissible peak-конфигурация должна иметь вычислимый образ:

$$(\mathcal{P}, \mathrm{Peak}, \Gamma, \Pi, \mathcal{O}_B) \quad \longmapsto \quad G_{\mathrm{rep}},$$

где вершины G_{rep} *кодируют реперы, а рёбра — допустимые зависимости, переходы, реконструкции и proof-status relations.*

Лемма 7.1 (Лемма сохранения admissibility в derived image)**.** *Если* $C \in$ **PeakPack** *— admissible объект, то* $\mathfrak{R}(C)$ *является admissible ReperGraph-конфигурацией.*

Доказательство. По определению функтор $\mathfrak{R}$ строится только на admissible данных: слоях, пиках, PIX-сшивках и obstruction-compatible переходах. Следовательно, образ не может нарушить admissibility, так как иначе функтор был бы определён не на всей категории **PeakPack**. □

Лемма 7.2 (Лемма функториальности вычислимого слоя)**.** *Для admissible морфизмов* $f : C \to C'$ *и* $g : C' \to C''$ *выполняется*

$$\mathfrak{R}(g \circ f) = \mathfrak{R}(g) \circ \mathfrak{R}(f), \qquad \mathfrak{R}(\mathrm{id}_C) = \mathrm{id}_{\mathfrak{R}(C)}.$$

Доказательство. Это встроено в само определение функторности $\mathfrak{R}$. □

Лемма 7.3 (Лемма устойчивости при PIX-уточнении)**.** *Пусть* C *и* C' *отличаются только admissible PIX-уточнением, не меняющим already validated local peak-data и obstruction-class. Тогда всякий валидный Reper-узел графа* $\mathfrak{R}(C)$ *сохраняется в* $\mathfrak{R}(C')$*.*

Доказательство. Если PIX-уточнение admissible и не меняет валидные локальные peak-данные, то вся реперная информация, уже вычисленная из этих данных, остаётся корректной. Следовательно, соответствующие вершины не исчезают, а могут только дополняться новыми рёбрами или новыми derived nodes. □

7.5. Основные proposition- и theorem-блоки

Предложение 7.1 (Faithfulness criterion). *Если $\mathfrak{R}$ задаёт faithful encoding, то различимые admissible морфизмы в* **PeakPack** *различимы в ReperGraph-слое.*

Доказательство. Это непосредственное развёртывание определения faithful encoding. □

Теорема 7.1 (Теорема faithful derived image). *Если две admissible peak-конфигурации $C_1, C_2 \in$* **PeakPack** *не изоморфны в категории* **PeakPack***, а функтор $\mathfrak{R}$ faithful на соответствующем подслое, то их derived Reper-образы различимы:*

$$\mathfrak{R}(C_1) \not\cong \mathfrak{R}(C_2).$$

Доказательство. Предположим противное: $\mathfrak{R}(C_1) \cong \mathfrak{R}(C_2)$. Тогда соответствующий графовый изоморфизм индуцировал бы одинаковое действие на admissible morphisms, а по faithfulness это означало бы наличие изоморфизма уже в **PeakPack**. Противоречие с предположением о не-изоморфности C_1 и C_2. Следовательно, derived Reper-образы различимы. □

Определение 7.4 (Reconstruction regime). *Говорят, что объект $C \in$* **PeakPack** *находится в* reconstruction regime*, если его derived ReperGraph $\mathfrak{R}(C)$ содержит достаточно данных для восстановления:*

1. *локальных peak-узлов;*
2. *admissible PIX-сшивок между слоями;*
3. *связанного obstruction-compatible skeleton.*

Теорема 7.2 (Теорема реконструкции Reper-слоя). *Пусть $C \in$* **PeakPack** *находится в reconstruction regime. Тогда объект C восстанавливается из $\mathfrak{R}(C)$ с точностью до admissible эквивалентности в* **PeakPack***.*

Доказательство. По условию reconstruction regime граф $\mathfrak{R}(C)$ содержит данные о локальных peaks, PIX-сшивках и obstruction-compatible skeleton. Эти данные определяют admissible объект категории **PeakPack** с точностью до выбора внутренней координатизации. Различные выборы такой координатизации дают admissible эквивалентные объекты. Следовательно, C восстанавливается из $\mathfrak{R}(C)$ с точностью до admissible эквивалентности. □

Следствие 7.1 (Вычислимый слой не вторичен). *Если выполнены faithfulness и reconstruction regime, то вычислимый слой Reper / RBD / KLT является не внешним архивом, а полноправным derived образом PIX@PEAKS-Доктрины.*

Доказательство. Faithfulness гарантирует, что существенные различия исходной геометрии не теряются. Reconstruction regime гарантирует, что исходная геометрия может быть восстановлена из вычислимого образа. Следовательно, derived слой несёт собственное полное структурное содержание. □

7.6. Theorem cards and proof-status layer

Каждой значимой теореме derived слоя должен соответствовать формальный proof-card, содержащий:

1. *statement-id;*
2. *dependency graph;*
3. *blocker list;*
4. *test cases;*
5. *current proof-status.*

Замечание 7.1. *Следующий сильный шаг для этого тома — не только абстрактная функториальность* $\mathfrak{R}$*, но и явное построение одного нетривиального класса ReperGraph, полученного из конкретной admissible peak-конфигурации.*

Часть VIII

Том VII. Physical reductions

Глава 8

Physical reductions

8.1. Структура тома

1. *Порождение полевых структур из peak-конфигураций.*
2. *Bridge* PIX@PEAKS $\to V * P$.
3. *Effective sectors.*
4. *Космологическая редукция.*
5. *Сингулярности, инфляция, тёмный сектор.*

8.2. Редакторский патч для начала тома

> *Физический слой в новой редакции не служит источником аксиоматики. Он рассматривается как допустимая редукция уже собранного математического ядра PIX@PEAKS, truth-layer, obstruction-theory и contraction-causality. Поэтому все физические построения должны быть поданы как следствия и редукции, а не как первичные определяющие блоки.*

8.3. Роль тома

*Этот том допускает только производные утверждения: field emergence, редукцию к effective sectors, связь с V*P и последующую космологическую интерпретацию.*

8.4. Основная целевая теорема

Теорема 8.1 (Теорема редукции к физическим секторам)**.** *При дополнительных условиях допустимая peak-геометрия допускает редукцию к эффективным field-like структурам.*

Часть IX

Том VIII. Anthropological reductions

Глава 9

Anthropological reductions

9.1. Структура тома

1. *Пики внимания, памяти, решения.*
2. *Причинное совпадение в антропологическом слое.*
3. *Human peak-patterns.*
4. *Связка с truth-layer и reper-архитектурой.*

9.2. Редакторский патч для начала тома

> *Антропологический слой не рассматривается как автономная философская надстройка. В новой проектировке он должен быть связан с общей PIX@PEAKS-геометрией через peak-patterns внимания, памяти, различения, решения и причинного совпадения. Тем самым антропология сохраняет жёсткую сцепку с математическим и физическим ядром Доктрины.*

9.3. Роль тома

Антропология в этой архитектуре интерпретируется как ещё один derived layer: она должна реконструироваться из той же admissibility-машины, что и truth, causality и reper-слой.

Часть X

Том IX. Site / Index / Publication doctrine / Appendices

Глава 10

Site / Index / Publication doctrine / Appendices

10.1. Структура тома

1. *Главный сайт как карта Доктрины.*
2. *PIX@PEAKS как главный публичный маршрут.*
3. *Популярные статьи.*
4. *Перекрёстные ссылки.*
5. *Registry / archive / QA / appendices.*

10.2. Редакторский патч для начала тома

> *Публичная карта Доктрины должна отражать новую центральность* PIX@PEAKS*. Это означает, что маршруты по сайту, index-блоки, популярные статьи и перекрёстные ссылки должны строиться не вокруг прежней линейной схемы, а вокруг узла: пики — PIX-сшивка — truth — causality — geometry — physics — anthropology.*

10.3. Новый узел популярных статей

1. *Совпадение пиков и причинность.*
2. *PIX-поле как механизм сшивки.*
3. *Ассоциатор как расстояние между пиками.*
4. *Peak contraction и Ход Времени.*
5. *Projective truth from peak geometry.*
6. *Как ReperGraph возникает из peak-структуры.*

Часть XI

Том X. Предсказательный метод, сертификация и валидация

Глава 11

Синхронизация с MASTER-5 v3.6 и предсказательный пакет KLT

11.1. Статус синхронизации v34

Настоящий том синхронизирует текущую сборку PIX@PEAKS*-доктрины с документом*

KLT_MASTER5_FINAL_PREDICTIVE_PACKAGE_INDEX_RU_v3_6.tex.

Синхронизация имеет редакторский статус

$$\boxed{KLT2\text{-}PIX\text{-}PEAKS\text{-}PREDICTIVE\text{-}SYNC\text{-}RU\text{-}v34.}$$

Документ MASTER-5 v3.6 фиксирует две source-of-truth оси. Нижняя ось:

$$C@C \to \mathrm{Rep} \to \lambda\text{-}\mathit{truth} \to \mathrm{CGI} \to \mathrm{RBD}\,/\,\mathrm{RPD} \to predictive\ Reper\ manifold.$$

Верхняя ось текущей сборки:

$$\mathrm{PIX@PEAKS} \to truth \to causality \to geometry \to physics \to anthropology \to \mathrm{RBD}\,/\,\mathrm{KLT}\,.$$

Синхронизационное правило v34:

нижняя Reper-ось MASTER-5 и верхняя PIX@PEAKS-ось
должны сходиться в predictive corridor layer.

Определение 11.1 (Синхронизированная предсказательная архитектура)**.** *Синхронизированной предсказательной архитектурой называется диаграмма*

$$C@C \to \mathrm{PIX@PEAKS} \to \mathbf{PeakPack} \xrightarrow{\mathcal{R}} \mathrm{ReperGraph}$$
$$\to P(C) \to A_{pred} \to \mathcal{F}^{\rho}_{KLT} \to \mathrm{RBD}\,/\,\mathrm{RPD}\text{-}\mathit{certificate}.$$

Теорема 11.1 (Консервативная синхронизация MASTER-5 v3.6)**.** *Переход от MASTER-5 v3.6 к текущей сборке v34 не повышает proof-status математических утверждений. Он только переносит уже зафиксированные узлы предсказательного пакета в центральную ось* PIX@PEAKS*.*

Доказательство. Синхронизация не вводит новых недоказанных следствий как proved-утверждения. Все узлы, связанные с δ_i, κ_{ij}, dominance margins, M-matrix regime, corridor theorem, domain calibration и validation gate, сохраняют условный или протокольный статус. Поэтому proof-status не возрастает, а только получает новую структурную привязку к центральной оси. □

11.2. Предсказательный KLT-канал

Определение 11.2 (Предсказательный KLT-канал)**.** *Предсказательным KLT-каналом называется композиционная схема*

$$\boxed{\mathcal{P}_{KLT} = \rho_{phys} \circ \rho_{VP} \circ \mathcal{R} \circ \mathcal{S}_{PIX},}$$

где

$$\mathcal{S}_{PIX} : \mathcal{C}^{adm}/G \to \mathbf{PeakPack}$$

выделяет admissible peak-конфигурацию,

$$\mathcal{R} : \mathbf{PeakPack} \to \mathrm{ReperGraph}$$

есть derived-функтор Peak-to-Reper,

$$\rho_{VP} : \mathrm{ReperGraph} \to V@P_K$$

переводит ReperGraph в пакет Время@Пространство *Курпишева, а*

$$\rho_{phys} : V@P_K \to \mathsf{PhysSec}$$

выбирает физический effective sector.

Определение 11.3 (Полное предсказательное состояние)**.** *Для admissible конфигурации C её полным предсказательным состоянием называется кортеж*

$$\boxed{\mathrm{PredState}(C) = (\mathcal{R}(C), \lambda(C), \lambda^{(2)}(C), Q(C), \mathcal{O}_B(C), \mathrm{CGI}(C), \mathrm{PLD}(C), \mathcal{L}_C, V@P_C, \mathrm{Status}_C).}$$

Определение 11.4 (Допустимое предсказательное будущее)**.** *Множество допустимых будущих Reper-состояний для C_0 задаётся как*

$$\boxed{\mathcal{F}_{KLT}(C_0) = \left\{ C_t \;\middle|\; \begin{array}{l} C_t \in \mathcal{C}^{adm}/G, \quad D(C_t) \neq \varnothing, \quad \mathrm{Dom}(C_t) \neq \varnothing, \\ \lambda(C_t) \in \Lambda^{pred}_{KLT} \text{ или } \lambda(C_t) \to -1, \\ \rho_{\mathrm{PLD}}(T_\lambda(C_t)) \leq 1, \\ \mathcal{O}_B(C_t) = 0 \text{ или } \mathrm{ObStatus}(C_t) = \mathit{controlled}, \\ \mathrm{CGI}^{contr}(C_0, C_t) < 1, \quad \mathcal{L}_{C_0} \sim \mathcal{L}_{C_t}. \end{array} \right\}.}$$

Замечание 11.1 (Не точечное будущее)**.** *$\mathcal{F}_{KLT}(C_0)$ не является одним предсказанным событием. Это область допустимых будущих Reper-конфигураций внутри ограничений D, Dom, λ-truth, $\lambda^{(2)}$, PLD, CGI, obstruction-layer и proof-status discipline.*

11.3. Запрет абсолютного прогноза

Определение 11.5 (Статусы предсказательного вывода)**.** *Для $C_t \in \mathcal{F}_{KLT}(C_0)$ вводятся три статуса:*

$$\begin{aligned}
\mathrm{PredictStable}(C_t) &\iff \rho_{\mathrm{PLD}} \le 1, \quad \mathrm{CGI}^{contr} < 1, \quad \mathcal{O}_B = 0, \quad D, \mathrm{Dom} \ne \varnothing,\\
\mathrm{PredictCritical}(C_t) &\iff \rho_{\mathrm{PLD}} \approx 1 \text{ или } \mathrm{CGI}^{contr} \approx 1 \text{ или } \mathcal{O}_B \ne 0 \text{ controlled},\\
\mathrm{PredictBlocked}(C_t) &\iff \rho_{\mathrm{PLD}} > 1 \text{ или } \mathrm{CGI}^{contr} > 1 \text{ или } D = \varnothing \text{ или } \mathrm{Dom} = \varnothing\\
&\qquad \text{или } \mathcal{O}_B \ne 0 \text{ uncontrolled}.
\end{aligned}$$

Теорема 11.2 (No absolute prediction theorem)**.** *В Доктрине KLT предсказательный вывод не может иметь статус абсолютного прогноза. Корректный вывод имеет форму области допустимых будущих Reper-состояний:*

$$\boxed{\mathrm{Pred}_{KLT}(C_0) = \mathcal{F}_{KLT}(C_0) + \mathrm{Status} + \mathrm{ProofProtocol}\,.}$$

Если нарушено хотя бы одно из условий

$$D \ne \varnothing, \quad \mathrm{Dom} \ne \varnothing, \quad \rho_{\mathrm{PLD}} \le 1, \quad \mathrm{CGI}^{contr} < 1, \quad \mathcal{O}_B = 0 \text{ или controlled},$$

то вывод не получает статус PredictStable.

Доказательство. Предсказательный вывод строится из совокупности слоёв: ReperGraph, λ-truth, квадратичная проверка $\lambda^{(2)}$, PLD, limits, obstruction-layer и contraction-causality. Отсутствие D или Dom разрушает proof-status. Выход за PLD разрушает локальную достоверность. Условие $\mathrm{CGI}^{contr} \ge 1$ фиксирует причинно-структурный разрыв. Неконтролируемое $\mathcal{O}_B \ne 0$ фиксирует препятствие. Следовательно, абсолютный прогноз запрещён, а допустим только статусный коридор будущих Reper-состояний. □

11.4. Синхронизированная теорема предсказательного коридора

Определение 11.6 (Finite-energy predictive sector)**.** *Finite-energy predictive sector $\mathcal{K}^{fe}_{pred}/G$ состоит из quotient-классов $[C]$, для которых определены*

$$\mathcal{R}(C), \quad \lambda(C), \quad \lambda^{(2)}(C), \quad Q(C), \quad \mathcal{O}_B(C), \quad \mathrm{CGI}(C), \quad \mathrm{PLD}(C), \quad D(C),$$

и выполнены

$$\mathcal{A}(C) < \infty, \qquad D(C) \ne \varnothing, \qquad \mathrm{Dom}(C) \ne \varnothing.$$

Определение 11.7 (Weighted predictive norm)**.** *Для положительного левого спектрального вектора* $\omega = (\omega_R, \omega_\Lambda, \omega_T)^\top \in \mathbb{R}^3_{>0}$ *определим*

$$\boxed{\|P(C)\|_\omega = \langle \omega, P(C) \rangle = \omega_R D_R(C) + \omega_\Lambda D_\Lambda(C) + \omega_T D_T(C).}$$

Определение 11.8 (KLT predictive corridor)**.** *Пусть* $C_0 \in \mathcal{K}^{fe}_{pred}$*,* $t \geq 0$*,* $\rho \geq 0$*,* $\mu > 0$*. Предсказательный коридор KLT определяется как*

$$\boxed{\mathcal{F}^{\rho}_{KLT}(C_0, t) = \left\{ C_t \in \mathcal{K}^{fe}_{pred} \;\middle|\; \begin{array}{l} C_0 \rightsquigarrow C_t \text{ через admissible contraction / PIX-track}, \\ \|P(C_t)\|_\omega \leq e^{-\mu t}\|P(C_0)\|_\omega + \rho, \\ D(C_t) \neq \varnothing, \quad \mathrm{Dom}(C_t) \neq \varnothing, \\ \mathrm{CGI}(C_t) < 1 + \rho, \quad \mathrm{PLD}(C_t) \text{ не разрушает локальную достое} \end{array} \right.}$$

Теорема 11.3 (Existence and narrowing of predictive corridor)**.** *Пусть на finite-energy predictive sector задан admissible contraction-flow* $C(t)$*, и пусть на окне* $[E_*, E^*]$ *выполнены:*

1. *intrinsic damping bounds* $\delta_i(E^*)$ *и cross-channel bounds* $\kappa_{ij}(E^*)$*;*
2. *canonical dominance margins положительны:*

$$m_i(E^*) = \delta_i^{eff}(E^*) - \sum_{j \neq i} \kappa_{ij}^{eff}(E^*) > 0;$$

3. *associated predictive matrix* $A_{pred}(E^*)$ *является nonsingular* M*-matrix;*
4. *существуют* $\omega > 0$ *и* $\mu(E^*) > 0$ *такие, что*

$$A_{pred}(E^*)^\top \omega \geq \mu(E^*)\omega.$$

Тогда для всякого $t \geq 0$ *и* $\rho \geq 0$ *существует предсказательный коридор* $\mathcal{F}^{\rho}_{KLT}(C_0, t)$*, а его радиус*

$$\mathrm{Rad}^{\rho}_{pred}(C_0, t) = e^{-\mu t}\|P(C_0)\|_\omega + \rho$$

монотонно убывает по t *до уровня* ρ*.*

Доказательство. Из M-matrix dominance и положительных left spectral data следует

$$\frac{d}{dt}\langle \omega, P(C(t)) \rangle \leq -\mu \langle \omega, P(C(t)) \rangle.$$

По неравенству Гронуолла

$$\|P(C(t))\|_\omega \leq e^{-\mu t}\|P(C_0)\|_\omega.$$

Отсюда включение в коридор следует с любым residual radius ρ. Монотонное сужение радиуса является непосредственным следствием убывания $e^{-\mu t}$. □

11.5. Доменная калибровка и сертификат

Определение 11.9 (Доменный объект калибровки)**.** *Доменный объект калибровки имеет вид*

$$\boxed{\mathcal{D}_{cal} = (domain, source, D, \mathrm{Dom}, \Sigma_{obs}, P, \delta, \kappa, m, A_{pred}, \omega, \mu, \rho, \mathrm{PLD}, \mathrm{CGI}, validation, \mathrm{Status}).}$$

Определение 11.10 (Validation gate)**.** *Validation gate требует разбиения observation layer:*

$$\Sigma_{obs} = \Sigma_{cal} \sqcup \Sigma_{valid}.$$

На Σ_{cal} оцениваются $\widehat{\delta}_i$ и $\widehat{\kappa}_{ij}$, а на Σ_{valid} проверяется corridor inequality

$$\boxed{\|P(C_t)\|_\omega \le \exp(-\widehat{\mu}t)\|P(C_0)\|_\omega + \widehat{\rho} + \tau_{valid}.}$$

Теорема 11.4 (Domain calibration theorem)**.** *Пусть задан $\mathcal{D}_{cal}$ и выполнены условия:*

1. *$D \neq \varnothing$ и $\mathrm{Dom} \neq \varnothing$;*
2. *observation layer Σ_{obs} построен как слой событий@состояний;*
3. *извлечён defect-vector $P(C_t) = (D_R, D_\Lambda, D_T)^\top$;*
4. *оценены δ_i^{eff} и κ_{ij}^{eff};*
5. *все dominance margins положительны: $m_i^{dom} > 0$;*
6. *выполнены PLD / CGI-gates;*
7. *corridor inequality прошла validation gate.*

Тогда RBD / RPD*-сертификат предсказательного коридора может быть повышен до статуса*

$$\boxed{\text{domain\_calibrated}}\,.$$

Доказательство. Условия (1)–(3) обеспечивают корректность Reper/RBD-слоя и запрещают truth/proof-status без основания. Условия (4)–(5) дают dominance-ready matrix и положительный weighted predictive barrier. Условие (6) запрещает выход за admissible causal/local validity regime. Условие (7) показывает, что corridor inequality не является только следствием подгонки. Поэтому сертификат получает доменную интерпретацию и может быть повышен до domain_calibrated. □

Теорема 11.5 (No domain calibration without foundation)**.** *Если $D = \varnothing$ или $\mathrm{Dom} = \varnothing$, то никакие численные оценки δ_i, κ_{ij}, m_i не повышают сертификат до* domain_calibrated.

Доказательство. Достаточное основание D и домен Dom являются обязательными компонентами truth/proof-status. Числовая матрица без них может быть вычислительным артефактом, но не доменно калиброванным сертификатом. □

11.6. RBD/RPD-сертификат предсказательного коридора

Определение 11.11 (RBD/RPD-сертификат предсказательного коридора). *Сертификат предсказательного коридора имеет форму*

$$\boxed{\mathrm{RBD}_{corr}(C_0) = (id, source, C_0, \mathcal{R}(C_0), P(C_0), \omega, \mu, \rho, \delta_i, \kappa_{ij}, m_i, A_{pred}, \mathcal{F}^{\rho}_{KLT}, \mathrm{PLD}, \mathrm{CGI}, proof\_status,}$$

Статусы сертификата:

not_calibrated, domain_source_bound, observation_layer_ready, defects_extracted
dominance_passed, CGI_PLD_passed, domain_calibrated, certificate_ready,

Теорема 11.6 (No proof-status inflation)**.** *Публичный или прикладной слой не может иметь proof-status выше, чем внутренний математический коридор, из которого он выведен:*

$$\boxed{\mathrm{rank}(S_{public}) \le \mathrm{rank}(S_{internal}).}$$

Доказательство. Публичная редукция выбирает сокращённый набор observables, доменных источников и validation constraints. Она не добавляет нового математического доказательства. Следовательно, её proof-status не может превышать внутренний proof-status. □

11.7. Итоговый индекс и следующая точка

Синхронизированный итоговый пакет v34 имеет форму

$$\boxed{\mathcal{P}^{v34}_{sync} = (\mathcal{I}_{stage}, \mathcal{I}_{artifact}, \mathcal{M}_{publication}, \mathcal{R}_{validation}, \mathcal{Z}_{transport}, \mathcal{C}_{corridor}).}$$

Здесь новый компонент $\mathcal{C}_{corridor}$ *фиксирует теоремы и сертификаты предсказательного коридора внутри центральной оси* PIX@PEAKS*.*

Roadmap доменной валидации:

$$source\ binding \to observation\ layer \to defect\ extraction \to estimates$$
$$\to dominance \to \mathrm{CGI\,/\,PLD} \to validation \to certificate \to public\ card.$$

Proof-status v34:

$$\boxed{package\_index\_synchronized; \quad predictive\_corridor\_theory\_integrated; \quad real\_domain\_validation\_}$$

Следующая контрольная точка:

$$\boxed{KLT\text{-}MASTER\text{-}5\text{-}PUBLICATION\text{-}VALIDATION\text{-}BUNDLE\text{-}RU\text{-}v3.7.}$$

11.8. Математическое углубление после синхронизации

После синхронизации с MASTER-5 v3.6 главный математический приоритет больше не является общим требованием "построить предсказательный метод". Он локализован как конкретная задача:

построить доменно проверяемые оценки $\widehat{\delta}_i, \widehat{\kappa}_{ij}, \widehat{m}_i$ и пройти validation gate.

Теорема 11.7 (Синхронизированный критерий публикационной готовности предсказательного метода)**.** *Предсказательный метод KLT может быть вынесен в публичный слой как публикационно корректный только если выполнены:*

1. *source binding;*
2. *наличие D и* Dom*;*
3. *extraction of predictive defect vector;*
4. *dominance gate: $\widehat{m}_i > 0$ для всех каналов;*
5. CGI / PLD-*gate;*
6. *validation gate на holdout-слое;*
7. *proof-status monotonicity.*

Доказательство. Пункты (1)–(2) дают основание и домен. Пункт (3) делает объект измеримым в предсказательном смысле. Пункт (4) обеспечивает M-matrix и спектральный барьер. Пункт (5) исключает выход за причинно-локальный режим. Пункт (6) запрещает подмену предсказания подгонкой. Пункт (7) запрещает завышение публичного статуса относительно внутреннего математического статуса. □

Приложение A

Карта переноса и патчей

A.1. Что переносится между томами

- *Базовые пакетные определения и стратификация — в Том I.*
- *Проективный критерий истины и cross-ratio слой — в Том II.*
- *Ассоциатор, морфизмы и жёсткость — в Том III.*
- *Quadratic obstruction и gluing theory — в Том IV.*
- *Time / contraction / causality — в Том V.*
- *Reper / RBD / KLT — в Том VI.*
- *Physical reductions — в Том VII.*
- *Anthropological reductions — в Том VIII.*
- *Site / publication doctrine — в Том IX.*

A.2. Редакторское правило

Старое ядро Доктрины не удаляется, а консервативно переиндексируется под новую ось PIX@PEAKS.

Приложение B

Патч v34. Синхронизация с MASTER-5 v3.6

- *Добавлен Том X:* Предсказательный метод, сертификация и валидация.
- *Синхронизированы две source-of-truth оси: нижняя Reper-ось MASTER-5 и верхняя ось* PIX@PEAKS.
- *Перенесены в центральную архитектуру: PredState, допустимое предсказательное будущее, no absolute prediction theorem, predictive corridor theorem, domain calibration theorem, no status inflation rule.*
- *Добавлен статус v34:* `package_index_synchronized; predictive_corridor_th` `real_domain_validation_pending`.

Приложение C

Сводный пакет определений, лемм и теорем

C.1. Базовые определения

- *Peak-конфигурация.*
- *PIX-поле.*
- *PIX-совместимая истинность.*
- *Категория* **PeakPack***.*
- *Функционал расщепления ассоциатора.*
- *Локальная obstruction-shadow.*
- *Глобальная obstruction-class.*

C.2. Первый эшелон доказательных узлов

- *Лемма локальной конечности admissible пиков.*
- *Лемма сохранения admissibility под PIX-сшивкой.*
- *Теорема минимальной непротиворечивости.*
- *Теорема реализационной истинности.*
- *Теорема консервативного вложения старого ядра.*
- *Теорема структурной полноты.*
- *Теорема локальной коэрцитивности ассоциатора modulo symmetries.*
- *Теорема критерия локальной peak-жёсткости.*
- *Теорема локальной квадратической геометризации ассоциатора.*

- *Теорема полуглобальной theorem-scheme геометризации ассоциатора.*
- *Теорема low-energy trapping.*
- *Теорема почти-глобальной сходимости к zero-stratum.*
- *Теорема almost-global attractor.*
- *Теорема descent-entry criterion for eventual low-energy entry.*
- *Теорема gap-driven entry theorem.*
- *Теорема exterior critical-layer exclusion theorem.*
- *Теорема Uniform Łojasiewicz–Simon inequality near the zero-stratum.*
- *Теорема Hybrid entry-and-selection theorem.*
- *Теорема Global finite-energy selection theorem.*
- *Теорема Unified intrinsic bridge theorem for Volumes I–III.*
- *Теорема Intrinsic finite-energy selection theorem.*
- *Теорема Intrinsic no-escape barrier theorem.*
- *Теорема Barrier-generation theorem.*
- *Теорема Barrier synthesis theorem.*
- *Теорема Canonical generator-synthesis theorem.*
- *Теорема Spectral synthesis theorem for the canonical pair.*
- *Теорема Predictive reper–lambda selection theorem.*
- *Теорема Reper-induced differential control theorem.*
- *Теорема Internal reper-geometric control theorem.*
- *Теорема Concrete criterion for internal reper-geometric control.*
- *Теорема Canonical dominance construction theorem.*
- *Теорема asymptotic selection near the zero-stratum.*
- *Теорема truth-rigidity on the zero-layer.*
- *Теорема сходимости reduced gradient flow modulo symmetries.*
- *Теорема орбитально-квадратической нормальной формы.*
- *Теорема Morse-Bott-type for zero-stratum.*
- *Теорема экспоненциальной нормальной стабилизации.*

- *Следствие о полуглобальном обнаружении расщепления.*
- *Теорема точной квадратической геометризации в модельном классе.*
- *Теорема геометризации ассоциатора через риманово расстояние.*
- *Теорема монотонности ассоциатора вдоль градиентного потока.*
- *Следствие о точном обнаружении расщепления в модельном классе.*
- *Следствие о локальном обнаружении нетривиального расщепления.*
- *Следствие об изолированности нулевого ассоциаторного класса.*
- *Теорема faithful derived image.*
- *Теорема реконструкции Reper-слоя.*
- *Теорема причинного порядка.*
- *Теорема невозможности полного восстановления.*

C.3. Следующий доказательный приоритет

Следующий математический этап — estimate intrinsic damping bounds and cross-channel transfer bounds on a broad quotient-admissible class and prove the canonical dominance inequalities, а затем перенести синхронизированный аппарат томов I–III, unified intrinsic bridge, predictive reper–lambda layer and Łojasiewicz-type asymptotic layer на физико-редукционный слой и на global contraction-control.

Приложение D

Индекс новых узлов v34

D.1. Определения v34

- *Синхронизированная предсказательная архитектура.*
- *Предсказательный KLT-канал.*
- *Полное предсказательное состояние.*
- *Допустимое предсказательное будущее.*
- *Finite-energy predictive sector.*
- *KLT predictive corridor.*
- *Доменный объект калибровки.*
- *Validation gate.*
- *RBD/RPD-сертификат предсказательного коридора.*

D.2. Теоремы v34

- *Консервативная синхронизация MASTER-5 v3.6.*
- *No absolute prediction theorem.*
- *Existence and narrowing of predictive corridor.*
- *Domain calibration theorem.*
- *No domain calibration without foundation.*
- *No proof-status inflation.*
- *Синхронизированный критерий публикационной готовности предсказательного метода.*